SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**
TỈNH QUẢNG NINH	**MÔN THI: TOÁN - CHUYÊN**
ĐỀ THI MINH HỌA	*Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề*
	(Đề thi có 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm).

a) Cho x, y, z là các số thực dương và thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 12$. Chứng minh rằng

$$x\sqrt{\frac{(12+y^2)(12+z^2)}{12+x^2}} + y\sqrt{\frac{(12+x^2)(12+z^2)}{12+y^2}} + z\sqrt{\frac{(12+x^2)(12+y^2)}{12+z^2}} = 24.$$

b) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp S. Tính xác suất để lấy được một số chia hết cho 7.

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} y^2 + 2x^2 + 3y - 4x - 3xy + 2 = 0 \\ \sqrt{y - x + 1} + \sqrt{x^2 - y + 3} - 2 = 0. \end{cases}$

b) Giải phương trình $\sqrt{x^3 + 1} + x^2 - 3x - 1 = 0.$

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Cho x, y là hai số tự nhiên thoả mãn $x > y > 0$. Chứng minh rằng nếu $x^3 - y^3$ chia hết cho 3 thì $x^3 - y^3$ chia hết cho 9.

b) Tìm tất cả các số nguyên dương x và y sao cho $2^x + 3^y$ là số chính phương.

Câu 4 (3,5 điểm).

Cho tam giác *ABC* nhọn nội tiếp đường tròn (O) với $AB < AC$. Gọi *M* là trung điểm của *BC, AM* cắt (O) tại điểm *D* khác *A*. Đường tròn ngoại tiếp tam giác *MDC* cắt đường thẳng *AC* tại *E* khác *C*. Đường tròn ngoại tiếp tam giác *MDB* cắt đường thẳng *AB* tại *F* khác *B*.

a) Chứng minh ba điểm *E, M, F* thẳng hàng;

b) Chứng minh rằng $OA \perp EF$;

c) Phân giác của góc *BAC* cắt *EF* tại điểm *N*. Phân giác của góc *CEN* và góc *BFN* lần lượt cắt *CN, BN* tại *P, Q*. Chứng minh rằng $PQ // BC$.

Câu 5 (0,5 điểm).

Một hộp bi có 100 viên. Hai bạn Hòa và Bình cùng chơi trò lấy bi ra khỏi hộp có luật chơi như sau: Mỗi lần, người chơi chỉ được lấy 1, 2 hoặc 3 viên ra khỏi hộp, ai là người lấy được những viên bi cuối cùng trong hộp sẽ là người chiến thắng. Giả sử Hòa là người thực hiện trước, theo em Bình sẽ thực hiện cách lấy bi như thế nào để chắc chắn giành chiến thắng?

.... Hết ....

Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH
ĐỀ THI MINH HỌA

HƯỚNG DẪN CHẤM THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
MÔN THI: TOÁN - CHUYÊN
(Hướng dẫn chấm có 03 trang)

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
Câu 1 (2,0)	a) Ta có : $xy+yz+zx=12$ $\Leftrightarrow 12+x^2=x^2+xy+yz+zx$ $\Leftrightarrow 12+x^2=x(x+y)+z(x+y)$ $\Leftrightarrow 12+x^2=(x+y)(x+z)$ Tương tự ta có : $12+y^2=(y+z)(y+z)$; $12+z^2=(z+x)(z+y)$	0,5
	Khi đó : $x\sqrt{\dfrac{(12+y^2)(12+z^2)}{12+x^2}}+y\sqrt{\dfrac{(12+x^2)(12+z^2)}{12+y^2}}+z\sqrt{\dfrac{(12+x^2)(12+y^2)}{12+z^2}}=24$ $=x\sqrt{(y+z)^2}+y\sqrt{(z+x)^2}+z\sqrt{(x+y)^2}$ $=x(y+z)+y(z+x)+z(x+y)$ $=2(xy+yz+zx)=2.12=24$	0,5
	b) Ta có $S=\{100;101;102;\dots;999\}$ Suy ra không gian mẫu $\Omega=S\Rightarrow n(\Omega)=900$	0,25
	Gọi A là biến cố “ lấy được số chia hết cho 7” $\Rightarrow A=\{105;112;\dots;994\}$ $\Rightarrow n(A)=\dfrac{994-105}{7}+1=128$.	0,5
	Vậy xác suất xảy ra biến cố A là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{128}{900}=\dfrac{32}{225}$	0,25
Câu 2 (2,0)	a) $\begin{cases} y^2+2x^2+3y-4x-3xy+2=0 \ (1) \\ \sqrt{y-x+1}+\sqrt{x^2-y+3}-2=0 \ (2) \end{cases}$ Điều kiện: $\begin{cases} y-x+1\ge 0 \\ x^2-y+3\ge 0 \end{cases}$ $(1)\Leftrightarrow y^2-3(x-1)y+2x^2-4x+2=0$	0,25
	Tính được: $\Delta=(x-1)^2$ $(1)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=x-1 \\ y=2x-2 \end{array}\right.$	0,25
	+) Với $y=x-1$ thay vào (2) ta được: $\sqrt{x^2-x+4}=2$ (3) $(3)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=-1 \\ x=1\Rightarrow y=0 \end{array}\right.$ thỏa mãn điều kiện.	0,25
	+) Với $y=2x-2$ thay vào (2) ta được: $\sqrt{x^2-2x+5}+\sqrt{x-1}=2$ (4) điều kiện xác định $x\ge 1$. $(4)\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+4}+\sqrt{x-1}=2$	0,25

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Ta có: $\sqrt{(x-1)^2+4}+\sqrt{x-1}\ge 2$, đẳng thức xảy ra khi $x=1\Rightarrow y=0$ (thỏa mãn) Vậy hệ đã cho có hai nghiệm $(0;-1)$ và $(1;0)$.	
	b) Điều kiện: $x^3+1\ge 0\Leftrightarrow x\ge -1$. $\sqrt{x^3+1}+x^2-3x-1=0\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)(x^2-x+1)}+(x^2-x+1)-2(x+1)=0$ Đặt $u=\sqrt{x+1};\ v=\sqrt{x^2-x+1};\ u\ge 0,\ v>0$	0,25
	Phương trình đã cho trở thành: $uv+v^2-2u^2=0\Leftrightarrow (v-u)(2u+v)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u-v=0 \\ 2u+v=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=v \\ 2u=-v \end{array}\right.$	0,25
	Với $u=v$ ta được $\sqrt{x^2-x+1}=\sqrt{x+1}\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$ (thỏa mãn phương trình)	0,25
	Với $2u=-v$ ta được $2\sqrt{x+1}=-\sqrt{x^2-x+1}$ (vô nghiệm). Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=0$ và $x=2$.	0,25
Câu 3 **(2,0)**	a) Ta có: $x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$	0,25
	Theo giả thiết $(x^3-y^3)\vdots 3$; Hơn nữa $3xy(x-y)\vdots 3$ nên $(x-y)^3=x^3-y^3-3xy(x-y)\vdots 3$	0,25
	Do $(x-y)^3\vdots 9$ nên $(x-y)\vdots 3$ Hơn nữa do $(x-y)\vdots 3$ nên $3xy(x-y)\vdots 9$	0,25
	Suy ra $x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)\vdots 9$	0,25
	b) Giả sử $2^x+3^y=z^2$ với $z\in\mathbb{Z}^+$. Xét theo mod 3 cả hai vế ta được $(-1)^x\equiv 0;1\ (\text{mod } 3)$, suy ra x chẵn.	0,25
	Đặt $x=2m,\ m\in\mathbb{Z}^+$, ta có phương trình $4^m+3^y=z^2\Leftrightarrow 3^y=(z+2^m)(z-2^m)$. Do đó tồn tại $a,b\in\mathbb{N}$ sao cho $z+2^m=3^a,\ z-2^m=3^b$ và $a>b,\ a+b=y$.	0,25
	Suy ra $2^{m+1}=3^a-3^b=3^b(3^{a-b}-1)$. Do $2^{m+1}\not\vdots\, 3$ nên ta phải có $b=0,\ a=y$. Như vậy $2^{m+1}=3^y-1$.	0,25
	Từ đó $3^y-1\vdots 4$ nên y chẵn. Đặt $y=2n,\ n\in\mathbb{Z}^+$. Ta có $2^{m+1}=3^{2n}-1=(3^n+1)(3^n-1)$. Vì ƯCLN$(3^n+1;\ 3^n-1)=2$ nên ta phải có $3^n-1=2,\ 3^n+1=2^m$. Vậy $n=1,\ m=2$, suy ra $x=4,\ y=2$.	0,25
Câu 4 **(3,5)**	a) Hai góc $\widehat{FMD};\widehat{FBD}$ nội tiếp (O_1) cùng chắn $\overset{\frown}{DF}$ nên $\widehat{FMD}=\widehat{FBD}$ (1)	0,25
	Tứ giác *CDME* nội tiếp (O_2) nên $\widehat{EMD}+\widehat{ECD}=180^\circ$ (2)	0,25
	Tứ giác *ABDC* nội tiếp (O) nên $\widehat{FBD}=\widehat{ECD}$ (3)	0,25
	Từ (1); (2); (3) suy ra $\widehat{FMD}+\widehat{EMD}=180^\circ$ hay *E, M, F* thẳng hàng	0,25

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	b) Tứ giác $MECD$ nội tiếp nên $\widehat{AEM}=\widehat{ADC}$.	0,25
	$\widehat{ADC}=\frac{1}{2}\widehat{AOC}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm của (O) cùng chắn $\overset{\frown}{AC}$).	0,5
	$\Delta\ AOC$ cân tại O nên $\widehat{OAC}=\frac{180^\circ-\widehat{AOC}}{2}=90^\circ-\frac{1}{2}\widehat{AOC}$.	0,5
	Vậy $\widehat{HAE}+\widehat{AEH}=90^\circ$ nên ΔAHE vuông tại H hay $AO\perp EF$.	0,25
	c) $\Delta\ ABC$ có $E\in AC, F\in AB, M\in BC$ và E, M, F thẳng hàng nên $\frac{AE}{EC}.\frac{MC}{MB}.\frac{FB}{FA}=1$ mà $MB=MC$ nên $\frac{AE}{AF}=\frac{EC}{BF}$	0,25
	$\Delta\ AEF$ có AN là phân giác nên $\frac{AE}{AF}=\frac{NE}{NF}$. Vậy $\frac{EC}{BF}=\frac{NE}{NF}$ hay $\frac{EC}{NE}=\frac{FB}{NF}$ (1)	0,25
	$\Delta\ BFN$ có FQ là phân giác nên $\frac{QB}{QN}=\frac{FB}{FN}$ (2). $\Delta\,CEN$ có EP là phân giác nên $\frac{PC}{PN}=\frac{EC}{EN}$, kết hợp với (1) và (2) suy ra $\frac{PC}{PN}=\frac{QB}{QN}$	0,25
	ΔNBC có $\frac{PC}{PN}=\frac{QB}{QN}$ nên $PQ//BC$.	0, 25
Câu 5 (0,5)	Để bạn Bình chắc chắn thắng trong trò chơi, thì số bi trong hộp trước lượt cuối cùng của hai người chơi phải là 4 viên. Theo luật chơi, trong mỗi lượt mỗi người chỉ được lấy 1,2 hoặc 3 viên, nên người lấy sau luôn có cách lấy sao cho tổng số bi của hai người trong một lượt là 4 viên.	0,25
	Giả sử Hòa lấy trước a viên (với $a\in\{1;2;3\}$), Bình sẽ thực hiện lấy $4-a$ viên. Khi đó tổng số viên của một lượt chơi luôn là 4 viên. Mà 100 = 4.25 nên lượt cuối cùng của hai người chỉ còn 4 viên. Khi đó Hoà lấy bao nhiêu viên thì Bình luôn là người chiến thắng.	0,25

Hình vẽ cho câu 4