**CĂN THUỨC**

**§1. CĂN BẬC HAI**

**I. CĂN BẬC HAI**

$⋄$ **Kiến thức cần nhớ**

Định nghĩa: Cho số thực $a$ không âm. Số thực $x$ thoả mãn $x^{2}=a$ được gọi là một căn bậc hai của $a$.

Ta có kết quả sau đây:

* Mỗi số dương a có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau: số dương là $\sqrt{a}$ (căn bậc hai số học của a), số âm là $-\sqrt{a}$.
* Số 0 chỉ có đúng một căn bậc hai là chính nó, ta viết $\sqrt{0}=0$.

**Chú ý:**

i) Số âm không có căn bậc hai.

ii) Phép toán tìm căn bậc hai số học của số không âm gọi là phép khai căn bậc hai hay phép khai phương (gọi tắt là khai phương).

iii) Ờ lớp 7 ta đã biết, nếu $a>b>0$ thì $\sqrt{a}>\sqrt{b}$. Từ đó suy ra:

$$-\sqrt{a}<-\sqrt{b}<0<\sqrt{b}<\sqrt{a}$$

Vi dụ 1: Tìm các căn bậc hai của mỗi số sau:
a) 16 ;
b) $\frac{4}{25}$;
c) 0,01 .

**Huớng dẫn giaii:**

a) Ta có $4^{2}=16$, nên 16 có hai căn bậc hai là 4 và -4 .

b) Ta có $\left(\frac{2}{5}\right)^{2}=\frac{4}{25}$, nên $\frac{4}{25}$ có hai căn bậc hai là $\frac{2}{5}$ và $-\frac{2}{5}$.

c) Ta có $0,1^{2}=0,01$, nên 0,01 có hai căn bậc hai là 0,1 và $-0,1$.

Vi dụ 2: Sử dụng dấu căn bậc hai $(\sqrt{})$ để viết các căn bậc hai của mỗi số sau:
a) 3 ;
b) 2,5 ;
c) -16

**Huớng dẫn giải:**

a) Căn bậc hai của 3 là $\sqrt{3}$ và $-\sqrt{3}$.

b) Căn bậc hai của 2,5 là $\sqrt{2,5}$ và $-\sqrt{2,5}$.

c) Do -16 là số âm nên nó không có căn bậc hai.

$⋄$ Chú ý: Từ định nghĩa căn bậc hai của một số thực a không âm, ta có

$$(\sqrt{a})^{2}=(-\sqrt{a})^{2}=a và \sqrt{a^{2}}=a$$

Vídu 3: Tính:
a) $\sqrt{100}$;
b) $-\sqrt{\frac{1}{16}}$
c) $-\sqrt{1,44}$.

Htoơng dẫn giải:
a) $\sqrt{100}=\sqrt{10^{2}}=10. $ b) $-\sqrt{\frac{1}{16}}=-\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^{2}}=-\frac{1}{4}. $ c) $-\sqrt{1,44}=-\sqrt{1,2^{2}}=-1,2$.

Vi dụ 4: Tính giá trị của biểu thức $A=\sqrt{25}+3(\sqrt{5})^{2}+(-\sqrt{0,25})^{2}$.

Hướng dẫn giải:

$$A=\sqrt{25}+3(\sqrt{5})^{2}+(-\sqrt{0,25})^{2}=\sqrt{5^{2}}+3.5+0,25=5+15+0,25=20,25$$

**BÀI TẬP CƠ BẢN**

Bài 1: Tìm các căn bậc hai của mỗi số sau:
I) 4;
2) $\frac{16}{81}$;
3) 0,81 ;
4) 0 ;
5) 81 ;
6) 25 ;
7) $\frac{9}{16}$;
8) 0,16 ;
9) 1 ;
10) 121 .

Bài 2: Sư dụng dấu căn bậc hai để viết các căn bậc hai của mỗi số:

1. 17 ;
2. 3,2 ;
3. $-0,13$;
4. 3,9 ;
5. 14 ;
6. -4 ;
7. 72 ;
8. 0,25 ;
9. 173 ;
10. 34

Bài 3: Tính:

1. $\sqrt{25}$;
2. $\sqrt{0,81}$;
3. $\sqrt{\frac{4}{121}}$;
4. $\sqrt{49}$;
5. 14 ;
6. $\sqrt{16}$;
7. $\sqrt{169}$;
8. $\sqrt{\frac{36}{196}}$
9. $\sqrt{400}$;
10. $\sqrt{\frac{25}{81}}$

Bài 4: Tính giá trị của các biểu thức:

1. $(\sqrt{15})^{2}$;
2. $(\sqrt{123})^{2}$;
3. $(\sqrt{2,57})^{2}$;
4. $(\sqrt{1,33})^{2}$;
5. $(-\sqrt{182})^{2}$;
6. $(-\sqrt{0,73})^{2}$;
7. $(\sqrt{7})^{2}+(-\sqrt{4,52})^{2}$;
8. $(\sqrt{5,21})^{2}+(-\sqrt{13})^{2}$;
9. $(\sqrt{9,21})^{2}-(-\sqrt{13})^{2}+(\sqrt{17})^{2}$.

Bài 5: Biết rằng hình $M$ và hình vuông $N$ trong Hình bên dưới có diện tích bằng nhau. Tính độ dài cạnh $x$ của hình vuông $N$.



**II. CĂN THỨC BẬC HAI**

$⋄$ **Kiến thức cần nhớ**

Với $A$ là một biểu thức đại số, ta gọi $\sqrt{A}$ là căn thức bậc hai của $A$, còn $A$ được gọi là biểu thức lấy căn hoặc biểu thức dưới dấu căn.

**Chú ý:**

i) Ta cũng nói $\sqrt{A}$ là một biểu thức. Biểu thức $\sqrt{A}$ xác định (hay có nghĩa) khi $A$ nhận giá trị không âm.

ii) Khi $A$ nhận giá trị không âm nào đó, khai phương giá trị này ta nhận được giá trị tương ứng của biều thức $\sqrt{A}$.

Vi du 5: Cho biều thức $M=\sqrt{9-4x}$.

a) Với giá trị nào của $x$ thì biểu thức $M$ xác định?

b) Tính giá trị của biểu thức $M$ khi $x=-4$ và khi $x=5$.

**Huoơng dẫn giải:**

a) Biều thức $M$ xác định khi $9-4x\geq 0$ hay $-4x\geq -9$ hay $x\leq \frac{9}{4}$.

b) Khi $x=-4$, ta có $M=\sqrt{9-4⋅(-4)}=\sqrt{25}=5$.

Ta thấy $x=5>\frac{9}{4}$ nên $M$ không xác định tại $x=5$.

Vi du 6: Cho biểu thức $N=\sqrt{a^{2}-4ac+b^{2}}$. Tính giá trị của $N$ khi:
a) $a=-1, b=2,c=5$;
b) $a=2,b=-3,c=6$

Huớng dẫn giải:

a) Với $a=-1, b=2,c=5$, ta có:

$$a^{2}-4ac+b^{2}=(-1)^{2}-4⋅(-1)⋅(5)+(2)^{2}=1+20+4=25$$

Khi đó, $N=\sqrt{25}=\sqrt{5^{2}}=5$.

b) Với $a=2, b=-3,c=6$, ta có:

$$a^{2}-4ac+b^{2}=(2)^{2}-4⋅(2)⋅(6)+(-3)^{2}=4-48+9=-35$$

Vì $-35<0$ nên biểu thức $N$ không xác định tại $a=2, b=-3,c=6$.

**BÀI TÂP CƠ BÃN**

Bài 6: Với giá trị nào của $x$ thì các biểu thức sau xác định

1. $\sqrt{3x-36}$;
2. $\sqrt{24-3x}$;
3. $\sqrt{5-2x}$;
4. $\sqrt{-2x+3}$;
5. $\sqrt{5x-7}$
6. $\sqrt{4-2x}$;
7. $\sqrt{4x-3}$;
8. $\sqrt{2x-16}$;
9. $\sqrt{3x+15}$;
10. $\sqrt{8-4x}$;
11. $\sqrt{\frac{8-4x}{17}}$;
12. $\sqrt{\frac{4}{x+3}}$;
13. $\sqrt{\frac{2}{x^{2}}}$
14. $2\sqrt{\frac{1}{x-1}}$;
15. $\sqrt{\frac{3}{1-2x}}$;
16. $\sqrt{\frac{-3}{-4x+7}}$;
17. $\sqrt{\frac{4}{3-8x}}$
18. $\sqrt{\frac{-10}{2x+4}}$;
19. $\sqrt{\frac{3}{5x-14}}$;
20. $\sqrt{\frac{1}{-6x+2}}$.

Bài 7: Tính giá trị cùa mỗi căn thức bậc hai sau:

1. $\sqrt{29-x^{2}}$ tai $x=2;x=-5;x=\sqrt{13}$.
2. $\sqrt{x^{2}+x+4}$ tai $x=0;x=-4;x=3;x=-11$.
3. $\sqrt{2x^{2}-x+9}$ tại $x=-5;x=-2;x=3;x=7$.
4. $\sqrt{-3x^{2}-5x+7}$ tại $x=0;x=-1;x=-2;x=-\frac{1}{3}$.

Bài 8: Tính giá trị của các biểu thức sau khi $a=36, b=64$.

1. $\sqrt{a}+\sqrt{b}$;
2. $\sqrt{a}-2\sqrt{b}$;
3. $\sqrt{a+b}$;
4. $\sqrt{4a-2b}$;
5. $\frac{1}{5}\sqrt{ab}$;
6. $\frac{1}{4}(\sqrt{ab}-8)$.

Bài 9: Với giá trị nào của $x$ thì biểu thức $P=\sqrt{5x-8}$ xác định? Tính giá trị của $P$ khi $x=12$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 10: Với giá trị nào của $x$ thì biểu thức $Q=\sqrt{27-3x}$ xác định? Tính giá trị của $Q$ khi $x=5$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Bài 11: Cho biều thức $T=\sqrt{2a^{2}-7ab-3 b^{2}}$. Tính giá trị của $T$ khi:

1. $a=3, b=-2$;
2. $a=4, b=1$;
3. $a=2, b=5$.

Bài 12: Một trạm phát sóng được đặt ở vị trí $B$ cách đường tàu một khoảng $AB=360 m$. Đầu tàu đang ở vị trí $C$, cách vị trí A một khoảng $AC=x(m)$.



1. Viết biểu thức biểu thị khoảng cách từ trạm phát sóng đến đầu tàu.
2. Tính khoảng cách trên khi $x=480;x=900$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

Bài 13: Tìm các căn bậc hai của mỗi số sau:

1. 25 ;
2. 36 ;
3. 49 ;
4. 81 ;
5. 121 ;
6. 144 ;
7. 400 ;
8. 625 ;
9. 441 ;
10. 2500 ;
11. 196 ;
12. 225 ;
13. 0,01 ;
14. 0,09 ;
15. 0,25 ;
16. 0,81 ;
17. 2,25 ;
18. 20,25 ;
19. $\frac{1}{4}$;
20. $\frac{1}{36}$;
21. $\frac{4}{49}$;
22. $\frac{25}{121}$;
23. $\frac{361}{144}$;
24. $\frac{289}{324}$.

Bài 14: Tính:

1. $\sqrt{8}$;
2. $\sqrt{64}$;
3. $\sqrt{81}$;
4. $\sqrt{100}$;
5. $\sqrt{144}$;
6. $\sqrt{256}$;
7. $\sqrt{324}$;
8. $\sqrt{400}$,
9. $\sqrt{484}$;
10. $\sqrt{576}$;
11. $\sqrt{676}$;
12. $\sqrt{784}$;
13. $\sqrt{900}$; 14) $\sqrt{36}$;
14. $\sqrt{48}$;
15. $\sqrt{225}$;
16. $\sqrt{289}$;
17. $\sqrt{10000}$;
18. $\sqrt{\frac{9}{16}}$;
19. $\sqrt{\frac{25}{144}}$;
20. $\sqrt{\frac{289}{36}}$;
21. $\sqrt{\frac{121}{49}}$
22. $\sqrt{\frac{4}{361}}$;
23. $\sqrt{\frac{169}{729}}$
24. $\sqrt{0,16}$; 26) $\sqrt{1,44}$;
25. $\sqrt{5,29}$;
26. $\sqrt{9,61}$;
27. $\sqrt{6,25};$ 30) $\sqrt{2,89}$

Bài 15: Sử dụng máy tính cầm tay, tính (kết quả làm tròn đến hàng phần chục nghìn)

1. $\sqrt{27}$;
2. $\sqrt{59}$;
3. $\sqrt{92}$;
4. $\sqrt{104}$;
5. $\sqrt{394}$;
6. $\sqrt{56,27}$;
7. $\sqrt{93,2}$;
8. $\sqrt{138,99}$;
9. $\sqrt{7}+\sqrt{17}+\sqrt{27}$;
10. $\sqrt{28}-\sqrt{32}+\sqrt{5}$;
11. $2\sqrt{3}-\sqrt{43}+4\sqrt{91}$;
12. $-4\sqrt{7}+7\sqrt{3}-5\sqrt{365}$.

Bài 16: Tính giá trị của các biểu thức:

1. $(-\sqrt{7,26})^{2}+(\sqrt{5,74})^{2}$;
2. $(\sqrt{23})^{2}-\sqrt{47^{2}}$;
3. $(\sqrt{58})^{2}-\sqrt{45^{2}}$;
4. $\sqrt{27,25^{2}}+(-\sqrt{24,75})^{2}$;
5. $(\sqrt{53})^{2}-\sqrt{21^{2}}-(\sqrt{47})^{2}$;
6. $(\sqrt{34})^{2}-\sqrt{85^{2}}+(-\sqrt{27})^{2}$.

Bài 17: Tìm $x$, biết:

1. $x^{2}=1$;
2. $x^{2}=2$;
3. $x^{2}=3$;
4. $x^{2}=4$;
5. $x^{2}=5$;
6. $(-x)^{2}=7$;
7. $(-x)^{2}=6$;
8. $(-x)^{2}=8$;
9. $(-x)^{2}=9$;
10. $(-x)^{2}=10$;
11. $x^{2}=-11$;
12. $x^{2}=12$;
13. $x^{2}=13$;
14. $x^{2}=14$;
15. $(-x)^{2}=-15$;
16. $x^{2}=16$;
17. $x^{2}=25$;
18. $x^{2}=36$;
19. $x^{2}=49$;
20. $x^{2}=64$;
21. $x^{2}=81$;
22. $(2x-1)^{2}=49$;
23. $(3x+4)^{2}=25$;
24. $(2x+7)^{2}=1$;
25. $(6-4x)^{2}=16$;
26. $(7x-5)^{2}=36$;
27. $(10x-7)^{2}=64$;
28. $(5x-7)^{2}=4$;
29. $(15-37x)^{2}=1$;
30. $(x+4)^{2}=6$;
31. $(4x-6)^{2}=7$;
32. $(6x-7)^{2}=5$;
33. $2x^{2}=18$;
34. $5x^{2}=125$;
35. $-2x^{2}=-128$;
36. $(13-25x)^{2}=81$;
37. $(26x+9)^{2}=100$;
38. $(2x-3)^{2}=5$;
39. $(x-2)^{2}=10$;
40. $(7x-7)^{2}=3$;
41. $(7x+2)^{2}=7$;
42. $-3x^{2}=-48$;
43. $-6x^{2}=-216$;
44. $\frac{2}{3}x^{2}=\frac{8}{3}$;
45. $(x-1)^{2}=2$;
46. $(5x+1)^{2}=2$;
47. $(9x+10)^{2}=10$;
48. $2x^{2}=8$;
49. $4x^{2}=-16$;
50. $7x^{2}=-7$;
51. $-\frac{4}{5}x^{2}=-\frac{1}{5}$.

Bài 18: Tìm $x$, biết:

1. $\sqrt{x}=2$;
2. $\sqrt{x}=5$;
3. $\sqrt{x}=6$;
4. $\sqrt{x}=\frac{3}{5}$;
5. $\sqrt{x}=\frac{1}{4}$;
6. $\sqrt{x}=\frac{2}{7}$;
7. $\sqrt{x-3}=4$;
8. $\sqrt{x+5}=3$;
9. $\sqrt{x-8}=5$;
10. $\sqrt{3x-2}=10$;
11. $\sqrt{-2x+5}=3$;
12. $\sqrt{4x-7}=11$;
13. $\sqrt{2x-3}=\frac{1}{2}$;
14. $\sqrt{3x+7}=\frac{2}{3}$;
15. $\sqrt{10x-3}=\frac{2}{5}$.

Bài 19: Tìm $x$, biết:



3) $2\sqrt{3x}-3\sqrt{48x}+5\sqrt{27x}$;
4) $\sqrt{4x-20}+\sqrt{9x-45}=5$;
5) $5\sqrt{4x+28}+6\sqrt{x+7}=64$;
6) $5\sqrt{8-4x}-2\sqrt{32-16x}=10$;
7) $2\sqrt{4x-12}-\frac{1}{3}\sqrt{9x-27}-9=0$;
8) $\frac{5}{3}\sqrt{9x-18}-\frac{1}{2}\sqrt{16x-32}-15=0$;
9) $3\sqrt{x^{2}+2}-\frac{1}{2}\sqrt{4x^{2}+8}=4$;
10) $2\sqrt{16x-32}+\sqrt{9x-18}=15+\sqrt{4x-8}$;
11) $\sqrt{16x+16}-\sqrt{9x+9}+2\sqrt{4x+4}=10$;
12) $\sqrt{4x+20}-\sqrt{x+5}-\frac{1}{3}\sqrt{9x+45}=4$;
13) $24+\sqrt{4x-4}=\frac{14}{3}\sqrt{9x-9}$;
14) $\sqrt{4x-8}-4\sqrt{\frac{x-2}{4}}=5$;
15) $\sqrt{-4x+8}+\frac{2}{5}\sqrt{-25x+50}=\sqrt{81}$;
16) $3\sqrt{4x+4}+\sqrt{9x+9}=\sqrt{25x+25}+2$;
17) $6\sqrt{4x-20}-2\sqrt{x-5}=\sqrt{9x-45}+14$;
18) $\sqrt{36x-9}-3\sqrt{16x-4}-28=2\sqrt{4x-1}$;
19) $\sqrt{9x+9}+3\sqrt{4x+4}=22-4\sqrt{\frac{x+1}{4}}$;
20) $\sqrt{4x-12}-6\sqrt{\frac{x-3}{4}}=10-\sqrt{9x-27}$;
21) $4\sqrt{-4x+8}-\frac{2}{5}\sqrt{-25x+50}=\sqrt{144}$;
22) $\frac{5}{2}\sqrt{4x-8}=\frac{2}{5}\sqrt{25x-50}+27$;
23) $\sqrt{4x+20}-3\sqrt{5+x}+\frac{4}{3}\sqrt{9x+45}=9$;
24) $\frac{1}{2}\sqrt{16x-32}-2\sqrt{4x-8}+\sqrt{9x-18}=5$.

Bài 20: Tìm $x$, biết:

1. $\sqrt{x^{2}-2x+1}=10$;
2. $\sqrt{x^{2}+6x+9}=7$;
3. $\sqrt{x^{2}-10x+25}=12$;
4. $\sqrt{x^{2}-14x+49}=18$;
5. $\sqrt{4x^{2}+4x+1}=5$;
6. $\sqrt{36x^{2}-12x+1}=5$;
7. $\sqrt{16x^{2}-40x+25}=5$;
8. $\sqrt{4x^{2}-4x+1}=3$;
9. $\sqrt{4x^{2}+12x+9}=3$;
10. $\sqrt{9(1-x)^{2}}=15$;
11. $\sqrt{4x^{2}-12x+9}=8$
12). $\sqrt{16-72x+81x^{2}}-2=0$.