**§2. TỨ GIÁC NộI TIẾP**

**I. Định nghĩa**

$⊖$ **Kiến thức cần nhớ**

Một tứ giác có bốn đỉnh nằm trên một đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (gọi tắt là tứ giác nội tiếp).

Đường tròn đi qua bốn đỉnh của tứ giác gọi là đuờng tròn ngoại tiếp tứ giác đó.

Vi du 1: Trong các hình sau. Hình nào có tứ giác nội tiếp.



Hinh 1



Hinh 2



Hinh 3



Hinh 4

**Huớng dẫn giải:**

Trong các hình trên có hình 1 là có tứ giác nội tiếp vì có bốn đỉnh cùng nằm trên một đường tròn.

**II. Tính chất**

Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối nhau bằng $180^{∘}$.

Ví du 2: Tính $\hat{ADC}$ và $\hat{DCB}$ của tứ giác $ABCD$ có trong hình bên.

**Hương dẫn giải:**

Tứ giác $ABCD$ là tứ giác nội tiếp. Do đó



$$\left\{\begin{matrix}\hat{BAD}+\hat{DCB}=180^{∘}⇒\hat{DCB}=180^{∘}-\hat{BAD}=180^{∘}-65^{∘}=115^{∘}\\\hat{ABC}+\hat{ADC}=180^{∘}⇒\hat{ADC}=180^{∘}-\hat{ABC}=180^{∘}-135^{∘}=45^{∘}\end{matrix}\right.$$

**II. Cách chứng minh**

* Chứng minh tứ giác có bốn đỉnh cách đều một điểm.
* Chứng minh tứ giác có 2 góc đối bù nhau.
* Chứng minh tứ giác có góc ngoài bằng góc trong của đỉnh đối diện.
* Chứng minh tứ giác có hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn một cạnh dưới hai góc bằng nhau.

**B BÀI TẬP CƠ BÅN**

Bài 1: Cho tam giác $ABC$ nhọn có hai đường cao $BE$ và $CF$ cắt nhau ở $H$. Chứng minh: tứ giác $AEHF$ và $BCEF$ nội tiếp.

Bài 2: Từ điềm $A$ nằm ngoài đường tròn $(O)$, vẽ tiếp tuyến $AB$ ( $B$ là tiếp điểm) và cát tuyến $ACD$ không đi qua tâm $O(C$ nằm giữa $A$ và $D,AD$ không cắt đoạn thẳng $OB)$. Gọi $E$ là trung điểm của $CD$. Chứng minh: $ABOE$ là tứ giác nội tiếp.

Bài 3: Cho tam giác $ABC$ vuông tại $C(CB<CA)$ nội tiếp trong đường tròn tâm $O$, đường kính $AB=2R$. Gọi $H$ là chân đường cao hạ từ $C$ xuống $AB,K$ là trung điểm đoạn thẳng $AC$. Tiếp tuyến tại $B$ của đường tròn tâm $O$ cắt $AC$ kéo dài tại điểm $D$. Chứng minh:

1. Tứ giác $CHOK$ nội tiếp trong một đường tròn.
2. $AC.AD=4R^{2}$.

Bài 4: Cho tam giác $ABC$ nội tiếp đường tròn $(O)$ thoả mãn $\hat{ABC}=65^{∘},\hat{ACB}=55^{∘}$. Lấy điềm $M$ là điềm thuộc cung $BC$ không chứa $A$. Tính số đo góc $BMC$.

Bài 5: Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O)$.

Biết $\hat{DAO}=60^{∘},\hat{OCD}=40^{∘}$ (Hình bên).

Tính số đo của $\hat{ADC}$ và $\hat{ABC}$.

Bài 6: Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O)$ như Hình bên. Hai đường thẳng $AB$ và $DC$ cắt nhau tại $T$. Biết rằng $\hat{DAB}=75^{∘},\hat{ABC}=130^{∘}$. Tính số đo của các góc $BCD$ và $BXT$.



Bài 7: Từ điểm $A$ nằm ngoài đường tròn $(O;R)(OA>2R)$ kẻ hai tiếp tuyến $AB,AC(B,C$ là hai tiếp điểm). Kẻ đường kính $CK$ của $(O),AK$ cắt $(O)$ tại $E$. Gọi $H$ là giao điểm của $OA$ và $BC$.

1. Chứng minh: $OA⊥BC$ tại $H$ và tứ giác $ABOC$ nội tiếp.
2. Tính số đo $\hat{KEC}$ và chứng minh: tứ giác $AEHC$ nội tiếp.

Bài 8: Trên cạnh $Ax$ của $\hat{xAy}$, lấy $AB<AE$, trên cạnh $Ay$ lấy $C$ và $D$ sao cho $AC<AB<$ $AE<AD$ biết $AB⋅AE=AC⋅AD$. Chứng minh:

1. $△ABC$ đồng dạng với $△ADE$.
2. Tứ giác BCDE nội tiếp.

Bài 9: Cho tam giác $ABC$ có ba góc đều nhọn nội tiếp đường tròn tâm $O$, đường cao $BD$ và $CE$ cắt đường tròn $(O)$ theo thứ tự tại $P$ và $Q(P\ne B;Q\ne C)$.

1. Chứng minh: tứ giác $BCDE$ nội tiếp đường tròn và $DE//PQ$.
2. Gọi $H$ là giao điểm của $BD$ và $CE$. Chứng minh: $HB.HP=HC.HQ$.

Bài 10: Hai đường $xy$ và $xy$ ' cắt nhau ờ $O$. Trên $Ox,Oy,Ox^{'},Oy^{'}$ lần lượt lấy các điểm $A$, $C,B$ và $D$ sao cho $OA.OC=OB.OD$. Chứng minh:

1. $△OAB$ đồng dạng với $△ODC$.
2. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp.

Bài 11: Cho tam giác $ABC$ có ba góc nhọn, $\hat{BAC}=45^{∘}$. Vẽ các đường cao $BD$ và $CE$ của tam giác $ABC$. Gọi $H$ là giao điểm của $BD$ và $CE$. Chứng minh:

1. Tứ giác $ADHE$ là tứ giác nội tiếp.
2. $△ADE∼△△ABC$ và tính tỉ số $\frac{DE}{BC}$.

Bài 12: Hai tiếp tuyến tại $D$ và $E$ của $(O)$ cắt nhau ở $C$. Vẽ cát tuyến $CBA$ sao cho $D$ thuộc cung nhỏ $AB$. Gọi $I$ là trung điểm $AB$. Chứng minh:

1. Tứ giác CDIO nội tiếp.
2. Ngũ giác CDIOE nội tiếp.

Bài 13: Cho một điềm $M$ nằm bên ngoài đường tròn $(O;R)$. Kẻ hai tiếp tuyến $MN,MP$ của đường tròn $(O)(N,P$ là hai tiếp điểm $)$. Vẽ cát tuyến $MAB$ của đường tròn $(O)$ với $A,B$ thuộc đường tròn $(O)$, $A$ nằm giữa $M$ và $B$ và tia $MB$ nằm giữa hai tia $MO$ và $MN$.

1. Chứng minh: tứ giác OPMN nội tiếp đường tròn.
2. Gọi $H$ là trung điềm của đoạn thẳng $AB$. So sánh $\hat{MON}$ và $\hat{MHN}$.

Bài 14: Cho tam giác $ABC$ vuông ở $A(AB<AC)$. Trên $AC$ lấy điểm $N$ và vẽ đường tròn đường kính $NC$. Kẻ $BN$ cắt đường tròn tại $D$. Đường thẳng $DA$ cắt đường tròn tại $I$. Chứng minh:

1. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp.
2. $CA$ là phân giác của $\hat{ICB}$.

Bài 15: Từ điểm A nằm ngoài đường tròn $(O)$ vẽ hai tiếp tuyến $AM,AN(M$ và $N$ là 2 tiếp điểm). $OA$ cắt $MN$ tại $H$.

1. Chứng minh: tứ giác AMON nội tiếp.
2. Vẽ đường kính $ND$ của $(O)$. Chứng minh: $MD//OA$ và $\hat{MKN}=\hat{MOA}$.
3. Đoạn $AD$ cắt $(O)$ tại $E$. Đường thẳng qua $N$ song song $AE$ cắt $(O)$ tại $K(K$ khác $N),MK$ cắt $DE$ tại $G$. Chứng minh: tứ giác $AMGO$ nội tiếp và $G$ là trung điểm của $DE$.

Bài 16: Cho đường tròn tâm $O$, đường kính $AD$. Hai dây cung $AC$ và $BD$ cắt nhau tại $E(E$ nằm bên trong $(O)$ ). Vẽ $EF$ vuông góc với $AD$ tại $F$.

1. Chứng minh: tứ giác $ABEF,DCEF$ nội tiếp.
2. Chứng minh: $CA$ là phân giác của $\hat{BCF}$.
3. Chứng minh: $FE$ là tia phân giác của $\hat{BFC}$.
4. Gọi $M$ là trung điểm của $DE$. Chứng minh: tứ giác $BCMF$ nội tiếp.

Bài 17: Cho đường tròn tâm $O$ đường kính $AB=2R$. Gọi $C$ là trung điểm của $OA$, qua $C$ kẻ dây $MN$ vuông góc với $OA$ tại $C$. Gọi $K$ là điểm tùy ý trên cung nhỏ $BM,H$ là giao điểm của $AK$ và $MN$. Chứng minh:

$$\begin{matrix} 1) Tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp. & 2) AK.AH=R^{2}. \end{matrix}$$

Bài 18: Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$. Kẻ đường cao $AH$ của $△ABC$. Vẽ đường tròn đường kính $AH$, đường tròn này cắt $AB$ tại $E$, cắt $AC$ tại $F$. Chứng minh:

1. $HF⊥AC$ tại $F$ và $\hat{AHF}=\hat{HCF}$.
2. Tứ giác BEFC nội tiếp.

Bài 19: Cho tam giác $ABC(AB<AC)$ có $AF$ là đường cao. Đường tròn tâm $O$, đường kính $BC$ cắt $AB$ và $AC$ lần lượt tại $D$ và $E$. Tia $EF$ cắt đường tròn $(O)$ tại điểm thứ hai là $M$. Chứng minh:

1. Tư giác $ADFC$ nội tiếp.
2. Tia $FB$ là tia phân giác của $\hat{DFM}$.

Bài 20: Cho tam giác $ABC$ nhọn nội tiếp $(O)(AB<AC)$. Các đường cao $AD,BE,CF$ cắt nhau tại $H$. Gọi $I$ là trung điểm của $BC$. Chứng minh:

1. Tứ giác $BDHF$ và tứ giác $BFEC$ nội tiếp.
2. $FC$ là tia phân giác của $\hat{DFE}$ và tứ giác $DIEF$ nội tiếp.

Bài 21: Cho nửa đường tròn $(O;R)$ đường kính $AB$. Kẻ $Bx$ là tiếp tuyến tại $B$ của $(O)$ và lấy hai điểm $C$ và $D$ thuộc nửa đường tròn. Các tia $AC$ và $AD$ cắt $Bx$ lần lượt ở $E,F$ (F ở giữa $B$ và $E$ ). Chứng minh:

1. AC. AE không đồi.
2. $\hat{ABD}=\hat{DFB}$ và tứ giác $CEFD$ nội tiếp.

Bài 22: Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A(AB<AC)$, đường cao $AH$. Trên đoạn $HC$ lấy điểm $D$ sao cho $HD=HB$. Vẽ $CE$ vuông góc với $AD$ tại $E$.

1. Chứng minh: tứ giác $AHEC$ nội tiếp, xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AHEC$.
2. Chứng minh: $CH$ là tia phân giác của $\hat{ACE}$.

Bài 23: Cho tam giác $ABC$ nội tiếp đường tròn tâm $O$. Trên đoạn $OA$ lấy điểm $T$. Qua $T$ vẽ đường thẳng vuông góc với $OA$ và cắt cạnh $AB$ và $AC$ lần lượt tại $E$ và $D$. Vẽ $AK$ là đường kính của $(O)$.



Bài 24: Cho tam giác $ABC$ nhọn nội tiếp đường tròn tâm $O$ có hai đường cao $BD$ và $CE$.

1. Chứng minh: tứ giác $BCDE$ nội tiếp.
2. Vẽ $AK$ là đường kính của $(O)$. Gọi $M$ là giao điểm của $AK$ và $DE$. Chứng minh: tứ giác CDMK nội tiếp và $AK⊥DE$ tại $M$.

Bài 25: Cho đường tròn $(O)$ cố định có dây cung $AB$ cố định. Điểm $M$ di động trên cung lớn $AB$. Vẽ MH vuông góc với $AB$ ở $H$. Vẽ $HD$ vuông góc với $MA$ ở $D$ và $HC$ vuông góc với MB ở C.

1. Chứng minh:tứ giác MDHC nội tiếp, rồi suy ra $\hat{MDC}=\hat{MHC}$.
2. Chứng minh: tứ giác $ABCD$ nội tiếp.
3. Vẽ $MK$ là đường kính của $(O)$. MK cắt $CD$ tại $E$. Chứng minh: tứ giác $BCEK$ nội tiếp và $OM⊥CD$.

Bài 26: Cho tam giác $ABC$ có ba góc nhọn $(AB<AC)$ và đường cao $AK(K\in BC)$. Vẽ đường tròn $(O)$ đường kính $BC$. Từ $A$ kẻ các tiếp tuyến $AM,AN$ với đường tròn $(O)$ (với $M,N$ là các tiếp điểm, $M$ và $B$ nằm trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $AO)$. Gọi $H$ là giao điểm của hai đường thẳng $MN,AK$. Chứng minh:

1. Tứ giác AMKO là tứ giác nội tiếp.
2. KA là tia phân giác $\hat{MKN}$.
3. $AN^{2}=AK.AH$.

Bài 27: Cho tam giác $ABC$ nhọn có ba đường cao $AD,BE$ và $CF$ đồng quy ở trực tâm $H$.

1. Chứng minh: hai tứ giác $CDHE$ và $CDFA$ nội tiếp. $\hat{ACF}$ bằng những góc nào? Nhận xét gì về tia $DH$ ?
2. Chứng minh: tứ giác $BCEF$ nội tiếp và $EH$ là tia phân giác $\hat{DEF}$. Điểm $H$ là gì của $△DEF$ ?

Bài 28: Hai tiếp tuyến tại $B$ và $C$ của đường tròn $(O)$ cắt nhau ở $A$. Lấy $M$ thuộc dây $BC$ sao cho $MB>MC$. Đường thẳng vuông góc với $OM$ tại $M$ cắt $AB$ ở $I$, cắt $AC$ kéo dài ở $K$. Chứng minh:

1. Hai tứ giác $OMIB$ và $OMCK$ nội tiếp.
2. $\hat{OIM}=\hat{OKM}$ và $M$ là trung điểm của $IK$.

Bài 29: Cho đường tròn tâm $O$ có hai đường kính $AB$ và $CD$ vuông góc với nhau. Lấy điểm $M$ bất kì trên cung nhỏ $CB$ ( $M$ khác $B$ và $C$ ), kẻ $AM$ cắt $CD$ tại $N$.

1. Tính $\hat{AMB}$ và chứng minh: tứ giác MNOB nội tiếp.
2. Đoạn thẳng $MD$ cắt $BC$ ở $H$. Tính $\hat{NCH}$ và chứng minh: tứ giác $CNHM$ nội tiếp.
3. Chứng minh: $NH$ song song với $AB$.

Bài 30: Cho tam giác $ABC$ nội tiếp trong đường tròn. Điềm $M$ thuộc cung $BC$ không chứa $A$. Vẽ $MH$ vuông góc với $AB$ ở $H$ và $MK$ vuông góc với $AC$ ở $K$.

1. Tứ giác $AHMK$ có tính chất gì? $\hat{MHK}$ và $\hat{MKH}$ bằng những góc nào?
2. Chứng minh: $△MHK$ đồng dạng với $△MBC$.
3. Giả sử $HK$ cắt $BC$ tại $G$. Chứng minh: $MG⊥BC$.

Bài 31: Cho tam giác $ABC$ nhọ̣n $(AB<AC)$ nội tiếp trong đường tròn tâm $O$ (nên vẽ $BC$ gần tâm). Láyy điểm $M$ thuộc cung nhỏ $BC$. Vẽ $MH$ vuông góc với $BC$ ở $H;MK$ vuông góc với $AB$ ở $K$ và giả sử $K$ nẳm ngoài cạnh $AB$.

1. Chứng minh: $\hat{MHK}=\hat{MBK}$.
2. Chứng minh: $\hat{MHK}=\hat{MCA}$.
3. Kéo dài $KH$ cắt $AC$ ở $I$. Chứng minh: $MI⊥AC$.

Bài 32: Cho tam giác $ABC$ nhọn, $AB<AC$; nội tiếp trong đường tròn tâm $O$ (nên vẽ $BC$ gần tâm). Lấy điềm $M$ thuộc cung nhỏ $BC$. Vẽ $MH$ vuông góc với $BC$ ở $H;MK$ vuông góc với $AB$ ở $K$ và giả sử $K$ nằm ngoài $AB$. Vẽ MI vuông góc với $AC$ ở $I$. Chứng minh

1. $\hat{MHK}=\hat{MBK}=\hat{MCA}$.
2. $\hat{MHI}$ bù với $\hat{MCA}$ và ba điểm $K,H,I$ thẳng hàng.

Ghi chú: Đường thẳng qua $K,H,I$ được gọi là đường thẳng Simpson.

**ㅋ BÀI TậP LUYệN TậP**

Bài 33: Cho tam giác $ABC$ nhọn $(AB<AC)$. Vẽ đường tròn tâm $O$ có đường kính $BC$ cắt hai cạnh $AB$ và $AC$ theo thứ tự tại $F$ và $E$. Gọi $H$ là giao điểm của của $BE$ và $CF;AH$ cắt $BC$ tại $D$. Gọi $I$ là trung điểm $AH$. Chứng minh:

1. Tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn tâm $I$ và $AD⊥BC$.
2. $\hat{OEI}=90^{∘}$ và tứ giác $OEIF$ nội tiếp.
3. Năm điểm $O,D,F,I$, E cùng thuộc một đường tròn.

Bài 34: Cho tam giác $ABC$ nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp $(O)$. Gọi $H$ là giao điểm của ba đường cao $AD,BE,CF$ cùa $△ABC$.

1. Chứng minh: tứ giác $BFEC$ nội tiếp và xác định tâm $I$ của đường tròn ngoại tiếp.
2. Tia $BE$ cắt $(O)$ tại $M$. Từ $M$ vẽ đường thẳng song song với $EF$ và cắt tia $CF$ tại $N$. Chứng minh: $\hat{CNM}=\hat{CBM}$ và điểm $N$ thuộc $(O)$.
3. Tia IH cắt $(O)$ tại $K$. Tính $\hat{AKH}$.

Bài 35: Từ một điềm $B$ ngoài đường tròn $(O)$ vẽ hai tiếp tuyến $BM,BN$ đến đường tròn $(O)$ $(M,N$ là các tiếp điểm). Kè đường kính $ND$ của $(O),BD$ cắt $(O)$ tại $E,BO$ cắt $MN$ tại $H$.

1. Chứng minh: tứ giác $BMON$ nội tiếp và $NE⊥BD$ tại $E$.
2. Chứng minh: $OB⊥MN$ tại $H$ và tứ giác NHEB nội tiếp.
3. Chứng minh: $BN^{2}=BE$. $BD$ và tứ giác $EHOD$ nội tiếp.

Bài 36: Từ điểm $A$ ở ngoài đường tròn $(O)$ kẻ hai tiếp tuyến $AB,AC$ với đường tròn $(O)(B$, $C$ là tiếp điểm). Gọi $H$ là giao điểm của $OA$ với $BC$.

1. Chứng minh: tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và $OA⊥BC$ tại $H$.
2. Kè đường kính $BD$ của đường tròn $(O)$. $AD$ cắt đường tròn $(O)$ tại $E(E$ khác $D$ ). Chứng minh: $AB^{2}=AE.AD$.
3. Chứng minh: $AH.AO=AE.AD$ và tứ giác $DOHE$ là tứ giác nội tiếp.
4. Tia $EH$ cắt đường tròn $(O)$ tại $K(K$ khác $E)$. Chứng minh: $EH⊥EC$ và $C,O,K$ thẳng hàng.

Bài 37: Từ một điểm $A$ nằm ngoài $(O)$ vẽ hai tiếp tuyến $AM,AN(M,N$ là hai tiếp điềm) và đường kính $MD,AD$ cắt đường tròn tại $C,MN$ cắt $OA$ tại $H$.

1. Chứng minh: tứ giác $AMON$ nội tiếp và $MN$ vuông góc $AO$ tại $H$.
2. Gọi $I$ là giao điểm của $NC$ và $AH$. Chứng minh: $\hat{NCD}=\hat{IAN}$ và $IA^{2}=IC.IN$
3. Chứng minh: tứ giác $AH.AO=AC.AD$ và tứ giác $DOHC$ là tứ giác nội tiếp.
4. Chứng minh: $△IHC△INH$ và $I$ là trung điểm của đoạn $AH$.

Bài 38: Cho tam gí́c $ABC$ có ba góc nhọn $(AB<AC)$, các đường cao $AF,BD$ và $CE$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: tứ giác $BEDC$ nội tiếp và xác định tâm $O$ của đường tròn ngoại tiếp.
2. Chứng minh: tứ giác $BEHF$ nội tiếp và $EH$ là phân giác của $\hat{DEF}$.
3. Chứng minh: $\hat{DOC}=\hat{DEF}$, rồi suy ra tứ giác $ODEF$ nội tiếp.

Bài 39: Cho tam giác $ABC$ nhọn $(AB<AC)$. Vẽ đường tròn $(O)$ đường kính $BC$ cắt hai cạnh $AB$ và $AC$ lần lượt tại $E$ và $D;BD$ cắt $CE$ tại $H;AH$ cắt $BC$ tại $F$.

1. Chưng minh: tứ giác $AEHD$ nội tiếp và $AH⊥BC$ tại $F$.
2. Tia $DE$ cắt đường thẳng $BC$ tại $S$. Chứng minh: $SE.SD=SB.SC$.
3. Chứng minh: $EH$ là phân giác cùa $\hat{DEF}$ và tứ giác $OFED$ nội tiếp.
4. Tia $AH$ cắt $(O)$ tại $K$ ( $F$ nằm giữa $A$ và $K$ ). Chứng minh: $\hat{OFD}=\hat{ODS}$ và $SK$ là tiếp tuyến của $(O)$.

Bài 40: Cho tam giác $ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm $O$, các đường cao $AD$, $BE$ cắt nhau tại $H$ và cắt đường tròn $(O)$ lần lượt tại $I$ và $K$ (I khác $A,K$ khác $B$ )

1. Chứng minh: tứ giác $CDHE$ nội tiếp và tứ giác $ABDE$ nội tiếp.
2. Chứng minh: tam giác $CKI$ cân.
3. Kẻ đường kính $BF$ của đường tròn $O)$. Gọi $P$ là trung điểm $AC$. Chứng minh: 3 điểm $H$, $P,F$ thẳng hàng.

Bài 41: Cho tam giác $ABC$ có ba góc nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp $(O)$. Các đường cao $AD,BE$, $CF$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: các tứ giác $BCEF$ và $CDHE$ nội tiếp.
2. Chứng minh: $EH$ là tia phân giác của góc $DEF$ và $EB.EH=ED.EF$.
3. Từ $D$ kẻ một đường thẳng song song với $EF$ cắt các đường thẳng $AB$ và $CF$ lần lượt tại $P$ và $Q$. Chứng minh: $△DFP$ cân và $D$ là trung điểm của đoạn $PQ$.

Bài 42: Cho đường tròn tâm $O$, đường kính $AB=2R$. Gọi $C$ là trung điểm của đoạn thẳng $OA$, qua $C$ kė dây cung $MN$ vuông góc với $OA$. Gọi $K$ là điểm tùy ý trên cung nhỏ $BM$ ( $K$ không trùng với $B$ và $M$ ), $H$ là giao điềm của $AK$ và $MN$.

1. Chứng minh: tứ giác $BCHK$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.
2. Chứng minh: $AK⋅AH=R^{2}$.
3. Trên đoạn thẳng $KN$ lấy điềm $I$ sao cho $KI=KM$. Chứng minh: $△MKI$ đều và $NI=KB$.

Bài 43: Từ điểm $M$ nằm ngoài đường tròn $(O)$, vẽ hai tiếp tuyến $MA,MB$ với đường tròn $(O)(A,B$ là các tiếp điểm). Qua $M$ vẽ cát tuyến $MCD(MC<MD)$ của $(O)$ sao cho đường thẳng MD cắt đoạn thẳng $HA$. Gọi $I$ là trung điểm của $CD$.

1. Chứng minh: 5 điểm $M,A,I,O,B$ cùng thuộc một đường tròn.
2. Tư $C$ vẽ đường thẳng vuông góc với $OA$ cắt $AB$ tại $Q$ và cắt $AD$ tại $P$. Chứng minh: $\hat{QCI}=\hat{QBI}$, tư đó suy ra tứ giác $QCBI$ nội tiếp.
3. Chứng minh: $Q$ là trung diểm của $CP$.

Bài 44: Cho tam giác $ABC$ nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn $(O;R)$ có ba đường cao $BD$, $CE,AF$ cắt nhau tại $H(E$ thuộc $AB,D$ thuộc $AC,F$ thuộc $BC$ ).

1. Chứng minh: các tứ giác $BEHF$ và $BCDE$ là các tứ giác nội tiếp.
2. Gọi $AQ$ là đường kính của $(O)$. Tia $AH$ cắt đường tròn $(O)$ tại $N$. Chứng minh: tứ giác $BCQN$ là hình thang cân và $\hat{BAN}=\hat{QAC}$.
3. Giả sử $\hat{BAC}=60^{∘}$. Gọi $K$ là giao điểm của tia $BH$ và đường tròn $(O)$ và gọi $I$ là giao điểm của tia $CH$ và đường tròn $(O)$. Chứng minh: $AH=AI=AK$ và tính bán kính đường tròn đi qua 4 điểm $I,H,O,K$ theo $R$.

Bài 45: Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A(AB<AC),M$ là trung điểm của $AC$. Đường tròn đường kính $MC$ cắt $BC$ tại $N$. Đường thẳng $BM$ cắt đường tròn đường kính $MC$ tại $D$.

1. Chứng minh: tứ giác BADC nội tiếp.
2. Chứng minh: $DB$ là phân giác của góc $ADN$.
3. $BA$ và $CD$ kéo dài cắt nhau tại $P$. Chứng minh: ba điểm $P,M,N$ thẳng hàng.

Bài 46: Cho tam giác $ABC$ nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp trong đường tròn $(O;R)$. Các đường cao $AD,BE,CF$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: các tứ giác $AEHF,AEDB$ nội tiếp đường tròn.
2. Vẽ đường kính $AK$ của đường tròn $(O)$. Chứng minh: $△ABD$ đồng dạng với $△AKC$ suy ra $AB.AC=AK.AD$.
3. Gọi $I$ là giao điềm của $AK$ và $EF$. Chứng minh: tứ giác $BFIK$ nội tiếp và $AK⊥EF$.
4. Cho $BC=\frac{3}{4}AK$. Tính $AB⋅CK+AC⋅BK$ theo $R$.

Bài 47: Cho đường tròn tâm $O$, bán kính $R$ và điểm $A$ ở ngoài đường tròn $(O;R)$ sao cho $OA>2R$. Kè hai tiếp tuyến $AB,AC(B,C$ là các tiếp điểm $)$. Gọi $H$ là giao điểm của $OA$ và $BC$.

1. Chứng minh: tứ giác $ABOC$ nội tiếp và $OH⋅OA=R^{2}$.
2. Kè dây cung $BD$ của đường tròn $(O;R)$ song song với $OA$. Đoạn $AD$ cắt $(O;R)$ tại $E$ (khác $D$ ). Gọi $F$ là trung điểm của $DE$. Chứng minh: $D,O,C$ thẳng hàng và tứ giác $ABFO$ nội tiếp.
3. Chứng minh: $\hat{BFE}=\hat{BDC}$ và tam giác $BEF$ vuông.
4. Kẻ đường kính $BT$ của đường tròn $(O;R)$. Chứng minh: $△ATB=△ADC$ và tia $AO$ là phân giác của góc $\hat{DAT}$.

Bài 48: Cho tam giác $ABC$ nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn $(O)$, các đường cao $BM$ và $CN$ cắt nhau tại $H$. Hai đường $MN$ và $BC$ cắt nhau tại $K$.

1. Chứng minh: các tứ giác $BNMC,ANHM$ là các tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh: $KN⋅KM=KB⋅KC$ và $KE⋅KA=KB⋅KC$.
3. Đường thẳng $KA$ cắt đường tròn $(O)$ tại $E$ (E khác $A$ ). Tia $EH$ cắt $(O)$ tại $G$. Gọi I là giao điểm của $HG$ và $BC$. Chứng minh: $A,O,G$ thẳng hàng và $OI⊥BC$.

Bài 49: Cho tam giác $ABC$ có ba góc nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn $(O)$ có hai đường cao $BF,CE$ cắt nhau tại $H$, tia $AH$ cắt cạnh $BC$ tại $D$. Gọi $M$ là giao điểm của hai đường thẳng $BC$ và $EF$.

1. Chứng minh: $AH⊥BC$ tại $D$.
2. Chứng minh: tứ giác $BEFC$ nội tiếp đường tròn và $ME.MF=MB.MC$.
3. Kè đường kính $AK$ của $(O)$. Tia $KH$ cắt $(O)$ tại điểm thứ hai là $T$. Chứng minh: tứ giác MTEB nội tiếp và ba điểm $I,T,A$ thẳng hàng.

Bài 50: Cho tam giác $ABC$ nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn $(O;R)$, ba đường cao $AM$, $BN,CK$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: các tứ giác BKNC, ANHK nội tiếp.
2. Kė đường kính $AL$ của $(O;R)$. Chứng minh: $AB⋅AC=AM⋅AL$.
3. Gọi $D$ là giao điểm của $AL$ và $KN$. Chứng minh: $\hat{AND}=\hat{DLC}$ và $OA⊥NK$.
4. Chứng minh: tứ giác MHDL nội tiếp.

Bài 51: Cho tam giác $ABC$ có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn $(O),AB<AC$ và các đường cao $AD,BE,CF$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: tứ giác $AEHF$ nội tiếp và xác định tâm $I$ của đường tròn ngoại tiếp.
2. Chứng minh: tứ giác $ABDE$ nội tiếp và $DB.DC=DA.DH$.
3. Gọi $K$ là giao điềm khác $A$ của hai đường tròn $(O)$ và (I). Chứng minh: $OI//HK$.

Bài 52 : Cho đường tròn tâm $O$, đường kính $AB=2R$. Trên đường tròn $(O)$ lấy điểm $C$ bất ki ( $C$ không trùng với $A$ và $B$ ). Tiếp tuyến của đường tròn $(O)$ tại $A$ cắt tia $BC$ ở điểm $D$. Gọi $H$ là hình chiếu của $A$ trên đường thẳng $DO$. Tia $AH$ cắt đường tròn $(O)$ tại điểm $F$ (không trùng với $A$ ).

1. Chứng minh: $DA^{2}=DC.DB$ và $\hat{DAC}=\hat{HFC}$.
2. Chứng minh: tứ giác $AHCD$ nội tiếp.
3. Chứng minh: $△DAH∼△HFC$, rồi suy ra $CH⊥CF$.

Bài 53: Cho tam giác $ABC$ nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp trong $(O,R)$ có hai đường cao lần lượt là $BD$ và $CE$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: tứ giác $ADHE$ và tứ giác $BEDC$ là các tứ giác nội tiếp. Xác định tâm $K$ của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ADHE$ và tâm $I$ của đường tròn ngoại tiếp tứ giác BEDC.
2. Chứng minh: IK // OA.

Bài 54: Cho tam giác $ABC$ nhọn nội tiếp đường tròn $(O)$. Các đường cao $AD,BE,CF$ cắt nhau tại $H(D\in BC,E\in AC,F\in AC)$, tia $FE$ cắt đường tròn tại $M$. Chứng minh:

**1) Tứ giác** $BFEC$ **nội tiếp và** $AH.AD=AF.AB$**.
 2)** $\hat{AFM}=\hat{AMB}$ **và** $AM^{2}=AH⋅AD$**.**

Bài 55: Cho đường tròn tâm $O$ bán kính $R=4 cm$, có dây $BC$ cố định $(BC<2R)$. A là một điểm trên cung lớn $BC$ sao cho $△ABC$ có ba góc nhọn. Các đường cao $BM$ và $CN$ của tam giác $ABC$ cắt nhau tại $H$ (với $M\in AC,N\in AB$ ).

1. Chứng minh: tứ giác AMHN nội tiếp trong một đường tròn.
2. Tia $AO$ cắt đường tròn $(O)$ tại $P$ và tia $AH$ cắt $BC$ tại $D$. Chứng minh: tứ giác $BNMC$ nội tiếp và $\hat{BCN}=\hat{PAC}$.
3. Cho biết $\hat{BOC}=120^{∘}$. Tính độ dài của đoạn $AH$.

Bài 56: Cho đường tròn $(O)$ đường kính $AB$. Vẽ tiếp tuyến $Ax$ với đường tròn $(O)$. Trên $Ax$ lấy điềm $M$ sao cho $AM>AB,MB$ cắt $(O)$ tạo $N(N$ khác $B)$. Qua trung điềm $P$ của đoạn $AM$, dựng đường thẳng vuông góc với $AM$ cắt $BM$ tại $Q$.

1. Chứng minh: tứ giác $APQN$ nội tiếp được trong đường tròn.
2. Chứng minh: $PN$ là tiếp tuyến cùa đường tròn $(O)$.
3. Gọi $C$ là điểm trên cung lớn $NB$ của đường tròn $(O)(C$ khác $N$ và $C$ khác $B$ ). Chứng minh: $\hat{BCN}=\hat{OQN}$.

Bài 57: Cho tam giác $ABC$ nhọn ( $AB<AC)$. Đường tròn $(O)$ đường kính $BC$ cắt các cạnh $AB,AC$ lần lượt tại $D$ và $E$. $BE$ và $CD$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: $BE⊥AC$ và tứ giác $BDEC$ nội tiếp.
2. $AH$ cắt $BC$ tại $K$. Chứng minh: $AH⊥BC$ và $KB⋅KC=KH.KA$.
3. Chứng minh: tứ giác DKOE nội tiếp.
4. Gọi $M$ là giao điểm của $KE$ và $HC$. Chứng minh: $\frac{MH}{MC}⋅\frac{DC}{DH}=1$.

Bài 58: Cho đường tròn $(O)$, đường kính $AB$. Lấy điểm $C$ khác $A$ và $B$ trên đường tròn $(CA>CB)$. Trên cung nhỏ $AC$ lấy điểm $M$ khác $A$ và $C$. Vẽ $ME$ vuông góc với $AB$ tại $E$. Đoạn thẳng $ME$ và $AC$ cắt nhau tại $D$.

1. Chứng minh: $BCDE$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chưng minh: $AM^{2}=AD.AC$.
3. Vẽ dây $CG$ của đường tròn $(O)$ vuông góc với $AB$. Tia $GE$ cắt đường tròn tại $H$ $(H\ne G)$. Chứng minh: tứ giác $AHDE$ nội tiếp và $H,D,B$ thẳng hàng.

Bài 59: Cho tam giác $ABC$ nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn $(O)$ có hai đường cao $BD$ và $CE$ cắt nhau tại trực tâm $H$.

1. Chứng minh: bốn điểm $B,D,C,E$ cùng thuộc một đường tròn và xác định tâm $M$ của đường tròn ngoại tiếp.
2. Vẽ $AI$ là đường kính của $(O)$. Chứng minh: $DE$ vuông góc với $AI$ và $H,M,I$ thẳng hàng.
3. Gọi $N$ là trung điểm của đoạn thẳng $AH$. Cho $K$ là giao điểm của hai đường thẳng $OM$ và $CE$; đường thẳng $MN$ lần lượt cắt hai đường thẳng $BD$ và $DE$ tại $L$ và $P$. Chứng $minh:△PLD∼△MKB$ và $KL$ song song với $AC$.

Bài 60: Cho bốn điểm $A,B,C,D$ nằm trên đường tròn tâm $O$ theo đúng thứ tự sao cho $BA=BD$. Hai đường thă̆ng $CD$ và $AB$ cắt nhau ở $E$. Tiếp tuyến tại $A$ cắt đường thẳng $BC$ tại F. Chứng minh:

1. $\hat{EAF}=\hat{BAD}=\hat{ECF}$.
2. Tứ giác $ACEF$ nội tiếp và $AD//EF$.

Bài 61: Cho tam giác $ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Hai đường cao $BE$ và $CF$ của tam giác $ABC$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: tứ giác $BFEC$ nội tiếp.
2. Tia $BE$ cắt $(O)$ tại $P$, tia $CF$ cắt $(O)$ tại $Q$. Chứng minh: $\hat{FEB}=\hat{FCB}$ và $EF//PQ$.
3. Chứng minh: $OA$ vuông góc với $PQ$.
4. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp $△EFH$ theo $R$ khi $BC=R\sqrt{3}$.

Bài 62: Từ điềm $A$ ngoài đường tròn $(O;R)$ vẽ hai tiếp tuyến $AB,AC$ đến đường tròn $(O)(B$, $C$ là các tiếp điểm). Trên dây $BC$ lấy $M$ sao cho $MB<MC$. Từ $M$ vẽ đường thẳng vuông góc với $OM$ cắt tiếp tuyến $AB,AC$ lần lượt tại $E$ và $F$.

1. Chứng minh: tứ giác OMFC; OMBE nội tiếp.
2. Chứng minh: tam giác $OEF$ cân.
3. $EF$ cắt $OA$ tại $I$. Chứng minh: $IA.IO=IE$.IF.
4. Cho $OA=2R$. Chứng minh: diện tích tứ giác $AEOF$ không đổi khi $M$ di chuyển trên dây $BC$. Tính diện tích tứ giác $AEOF$ theo $R$.

Bài 63: Cho tam giác nhọn $ABC$ nội tiếp trong đường tròn tâm $O$ có $AB<AC$. Trên cung

nhỏ $AC$ lấy điềm $M$ khác $A$ thỏa mãn $MA<MC$. Vẽ đường kính $MN$ của đường tròn $(O)$ và gọi $H,K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A$ trên $MB,MN$.

1. Chứng minh: bốn điểm $A,H,K,M$ cùng nằm trên một đường tròn.
2. Chứng minh: $△AMN$ vuông và $AH.AK=HB.MK$.
3. Khi điềm $M$ di động trên cung nhỏ $\overparen{AC}$ thì đường thẳng $HK$ luôn đi qua một điểm cố định. (gợi ý: Gọi E là giao điểm cuia $KH$ và $AB,△EAH$ cân tại $E,…$ )

Bài 64: Cho $(O;R)$ đường kính $MN$ và $A$ là một điểm trên đường tròn $(O)$, ( $A$ khác $M$ và $A$ khác $N$ ) sao cho $AM<AN$. Lấy một điểm $I$ trên đoạn thẳng $ON(IO<IN)$. Qua $I$ kẻ đường thằng (d) vuông góc với $MN$ cắt đường thẳng $AM$ và $AN$ lần lượt tại $P$ và $Q$.

1. Tính $\hat{ MAN. }$.
2. Chứng minh: tứ giác AMIQ và AINB là tứ giác nội tiếp.
3. Gọi $K$ là điểm đối xứng của $N$ qua điểm $I$. Chứng minh: [MA.MP](http://MA.MP) = [MI.MN](http://MI.MN) và $IK.IM=IP.IQ$.
4. Gọi $D$ là giao điểm của $NP$ và $(O)$. Chứng minh: $M,Q,D$ thẳng hàng.
5. $AI$ cắt $MQ$ tại $E$. Chứng minh: $IQ$ là phân giác $\hat{DIE}$ và $MD.QE=ME.QD$.

Bài 65: Cho $AB$ và $CD$ là hai dây cung của một đường tròn cắt nhau tại $I$ (I nằm trong đường tròn). Gọi $M$ là điềm chính giữa của cung nhỏ $AD$. $BM$ cắt $ID$ tại $K$. Lấy điểm $H$ thuộc đường thẳng $IB$ sao cho $HK//AC$. Chứng minh:

1. Tứ giác BDKH nội tiếp.
2. $ΔKDH$ cân ở $K$.

Bài 66: Cho tam giác $ABC$ có ba góc nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp trong đường tròn $(O;R)$. Vẽ hai đường cao $BD$ và $CK$ cắt nhau tại $H$. Gọi $I$ là giao điềm của $AH$ và $BC$.

1. Chứng minh: $AI$ vuông góc với $BC$ và tứ giác $BKHI$ nội tiếp được đường tròn.
2. Chứng minh: $AK⋅AB=AD⋅AC$.
3. Gọi $F$ là điểm đối xứng của $A$ và $O$ và $E$ là trung điểm cua $BC$. Chứng minh: tứ giác $BHCF$ là hình bình hành, từ đó suy ra ba điểm $H,E,F$ thẳng hàng.
4. Gọi $M$ và $T$ lần lượt là giao điểm của $KD$ với $BC$ và $AH$. Chứng minh: $\frac{KT}{MK}=\frac{TD}{MD}$.

Bài 67: Từ một điểm $M$ ở ngoài đường tròn $(O,R)$ với $OM>2R$, vẽ hai tiếp tuyến $MA,MB$ với đường tròn $(O)(A,B$ là hai tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của $AM,BI$ cắt ( $O)$ tại $C$, tia $MC$ cắt $(O)$ tại $D$.

1. Chứng minh: $OM⊥AB$ tại $H$ và $IA^{2}=IB.IC$.
2. Chứng minh: $BD$ song song với $AM$.
3. Chứng minh: tứ giác $AHCI$ nội tiếp và $CA$ là tia phân giác của góc $ICD$.
4. $AO$ cắt $BD$ tại $K$. Chứng minh: ba đường thẳng $MD,AB$ và $IK$ đồng quy tại một điềm.

Bài 68: Cho tam giác $ABC$ nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp $(O)$ bán kính $R$, các đường cao $AD,BE$, $CF$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: $BDHF,BCEF$ là các tứ giác nội tiếp.
2. Vẽ đường kính $AK$ của $(O)$. $HK$ cắt $BC$ tại $I$. Chứng minh: $I$ là trung điểm $BC$.
3. Chứng minh: tứ giác FDIE nội tiếp.
4. Đường thẳng qua $K$ song song với $BC$ cắt $(O)$ tại $T$. Kẻ $TP,TQ$ lần lượt vuông góc với $AB,AC$ tại $P$ và $Q$. Chứng minh: $D,P,Q$ thẳng hàng.

Bài 69: Cho tam giác $ABC$ có ba góc nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp $(O)$. Các đường cao $AD,BE$, $CF$ của tam giác $ABC$ cắt nhau tại $H$. $AK$ là đường kính của $(O)$.

1. Chứng minh: tứ giác $BCEF$ nội tiếp và tứ giác $BKCH$ là hình bình hành.
2. Gọi $I$ là giao điểm của hai đường thẳng $BC$ và $EF$. Tia $KH$ cắt $(O)$ tại $M$. Chứng minh: 5 điểm $A,M,E,H,F$ cùng nằm trên một đường tròn.
3. Chứng minh: $A,M,I$ thẳng hàng.

Bài 70: Cho tam giác $ABC(AB<AC)$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O)$. Hai đường cao $BD$ và $CE$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: $AH⊥BC$ tại $F$ và tứ giác $BDEC$ nội tiếp. Xác định tâm $I$ của đường tròn (BDEC).
2. $K$ là điểm đối xứng của $H$ qua $BC$. Chứng minh: $K$ thuộc $(O)$ và $I$ thuộc đường tròn ngoại tiếp $△DEF$.
3. Chứng minh: $S\_{ABC}=\frac{AB⋅BC⋅CA}{4R}$. (gơi ý: ké đuờng kinh $AL$ cuia (O))
4. Giả sử $BC=\frac{2R\sqrt{6}}{3}$ và $\hat{ABC}-\hat{ACB}=30^{∘}$. Tính diện tích tứ giác $ABLC$ theo $R$.

Bài 71: Cho tam giác $ABC$ có $AB<AC$. Vẽ đường tròn $(O)$ đường kính $BC$ cắt $AB,AC$ lần lượt tại $F,E$. $BE$ cắt $CF$ tại $H.AH$ cắt $BC$ tại $D$.

1. Chứng minh: tứ giác DHEC nội tiếp. Xác định tâm (DHEC).
2. Vẽ đường tròn ngoại tiếp tam giác $OCE$ cắt $AO$ tại $K$. Chứng minh rằng: 5 điểm $A,F$, $H,K,E$ cùng nằm trên 1 đường tròn.
3. Chứng minh: BHKC nội tiếp.
4. $EF$ cắt $BC$ tại $M$. Chứng minh: $M,H,K$ thẳng hàng.

Bài 72: Cho tam giác $ABC(AB<AC)$ nhọn nội tiếp $(O)$. Hai đường cao $BD$ và $CI$ cắt nhau tại $H$. Gọi $S$ là giao điểm của $DI$ và $BC$.

1. Chứng minh: $\hat{BCI}=\hat{BDI}$.
2. Đường tròn đường kính $AH$ cắt $SA$ tại $T$. Chứng minh 5 điểm $A,T,I,H,D$ cùng thuộc một đường tròn.
3. Chứng minh: $ST.SA=SI.SD=SB.SC$.
4. Từ $C$ vẽ đường thẳng vuông góc với tia $ID$ tại $M$. Chứng minh: $CM//OA$.
5. Gọi $K$ là trung điểm $BC$. Chứng minh: $T,H,K$ thẳng hàng.

Bài 73: Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A.(AB<AC)$. Trên $AC$ lấy điểm $M(M\ne A$ và $C)$. Vẽ đường tròn đường kính $MC$. Gọi $T$ là giao điểm thứ hai của cạnh $BC$ với đường tròn. Nối $BM$ kéo dài cắt đường tròn tại điểm thứ hai là $D$. Đường thẳng $AD$ cắt đường tròn $(O)$ tại điểm thứ hai $S$.

1. Chứng minh: tứ giác $ABTM$ nội tiếp.
2. Chứng minh: khi $M$ chuyền động trên $AC$ thì $\hat{ADM}$ có số đo không đổi.
3. Chứng minh: $AB//ST$.



**3in Tap SÜ DUNO cos tio :00) Uf WUYE VA DAY GUNO TRONO TÜ GrLO NollUE:**

Bài 74: Cho điềm $M$ thuộc đường tròn tâm $O$ đường kính $AB$. Vẽ tiếp tuyến $Ax$ của đường tròn tâm $O$ tại $A$ (sao cho $\hat{xAM}<90^{∘}$ ).

1. Chứng minh: $\hat{xAM}=\hat{ABM}$.
2. Lấy điểm $N$ thuộc cung lớn $AM$. Chứng minh: $\hat{xAm}=\hat{MNA}$.

Bài 75: Cho đường tròn tâm $O$ và điềm $A$ ở ngoài đường tròn. Qua $A$ kẻ các tiếp tuyến $AB(B$ là tiếp điềm) và cát tuyến $ADE(AD<AE$, tia $AO$ nằm giữa hai tia $AB$ và tia $AE)$. Vẽ $OH⊥BD$ tại $H$. Chứng minh:

1. $\hat{AEB}=\hat{BOH}$.
2. $\hat{ABD}=\hat{BOH}$, rồi suy ra $\hat{ABD}=\hat{AEB}$.

Bài 76: Cho đường tròn tâm $O$ và điềm $M$ nằm ngoài đường tròn đó. $QuaM$ kė các tiếp tuyến $MA,MB$ với đường tròn ( $A,B$ là tiếp điểm). Đường thẳng $d$ thay đổi đi qua $M$, không đi qua $O$ và luôn cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt $C$ và $D$ ( $C$ nằm giữa $M$ và $D$ )

1. Chứng minh: AMBO là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh: $MA^{2}=MC.MD$.

Bài 77: Từ điểm $A$ nằm ngoài đường tròn tâm $O$, vẽ hai tiếp tuyến $AB,AC$ đến đường tròn tâm $O(B,C$ là hai tiếp điểm) và cát tuyến $AEF$ sao cho điểm $E$ nằm giữa $A$ và $F$; tia $AF$ nằm giữa 2 tia $AO$ và $AB$.

1. Chứng minh: $AB^{2}=AE.AF$.
2. Gọi I là trung điểm của $EF$. Chứng minh: các tứ giác $ABOC,ABIO$ nội tiếp.

Bài 78: Cho đường tròn tâm $(O)$, từ điểm $M$ ở bên ngoài đường tròn $(O)$ kẻ các tiếp tuyến $MA,MB$ ( $A,B$ là các tiếp điểm), kẻ cát tuyến $MCD$ không đi qua tâm $O$ ( $C$ nằm giữa $M$ và $D$; $O$ và $B$ nằm về hai phía so với cát tuyến $MCD$ ).

1. Chứng minh: tứ giác MAOB nội tiếp.
2. Chứng minh: $MB^{2}=MC.MD$.
3. Gọi $H$ là giao điểm cúa $AB$ và $OM$. Chứng minh: tứ giác $OHCD$ nội tiếp và $AB$ là phân giác của $\hat{CHD}$.

Bài 79: Cho đường tròn $(O)$ có dây cung $BC$ song song với tiếp tuyến tại $A$. Lấy điềm $E$ thuộc cung nhỏ $AC$. Tia $CE$ cắt tiếp tuyến ở $M$. Đoạn thẳng $BM$ cắt $(O)$ ờ $D$. Tia $ED$ cắt $AM$ ơ $I$.

1. $\hat{CBD}$ bằng những góc nào?
2. Chứng minh: $IM^{2}=ID$.IE và $IA^{2}=ID$.IE. Nhận xét điểm $I$.

Bài 80: Cho đường tròn tâm $O$ và điểm $M$ ờ ngoài đường tròn. Qua $M$ kẻ các tiếp tuyến $MA$, $MB$ ( $A,B$ là hai tiếp điểm) và cát tuyến $MPQ(MP<MQ$ ). Gọi I là trung điểm của dây $PQ$, $E$ là giao điềm thứ 2 giữa đường thẳng $BI$ và đường tròn $(O)$. Chứng minh:

1. Tứ giác BOIM nội tiếp. Xác định tâm $T$ cùa đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.
2. $\hat{BOM}=\hat{BEA}$ và $AE//PQ$.
3. Ba điềm $O,I,K$ thẳng hàng, với $K$ là trung điểm của $AE$.

Bài 81 : $Cho(O)$. Từ $M$ ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến $MA$ và $MB$ ( $B$ và $A$ là hai tiếp điểm). Trền nửa mặt phẳng bờ $MO$ có chứa $A$ vẽ cát tuyến $MCD$ không qua $O(MC<MD)$. $H$ là trung điềm của $CD$. Chứng minh:

1. $OH⊥CD$ và tứ giác $OHMB$ nội tiếp.
2. $MC.MD=MA^{2}$.

Bài 82 : Cho điềm $O$ nằm ngoài đường thẳng $xy$. Vẽ $OH$ vuông góc với $xy$ ở $H$. Lấy điểm $A$ thuộc đoạn thẳng $OH$. Trên đường tròn tâm $O$ bán kính bằng $OA$, lấy hai điểm $B$ và $C$ khác $A$. Tia $BA$ và tia $CA$ lần lượt cắt $xy$ ở $D$ và $E$. Chứng minh: tứ giác $BCDE$ nội tiếp (Huoóng dẫn: Vẽ tia tiếp tuyến tại $A$ của $(O)$ ).

Bài 83: Một điềm $A$ bên ngoài đường tròn $(O)$ vẽ hai tiếp tuyến $AB,AC$ đến đường tròn $(O)$ ( $B,C$ là các tiếp điềm). Vẽ cát tuyến $ADE(AD<AE,O$ nằm trong $\hat{BAE})$. Từ $B$ vẽ dây cung $BK$ của $(O)$ song song với $AE$. Gọi $I$ là giao điểm của $CK$ và $DE$. Chứng minh:

1. Tứ giác $ABOC$ nội tiếp.
2. $\hat{BKC}=\hat{AOC}$.
3. I là trung điểm của $DE$.

Bài 84: Từ điềm $A$ ngoài đường tròn $(O)$, vẽ cát tuyến $ABC$ đến ( $O$ ). Các tiếp tuyến của $(O)$ tại $B$ và $C$ cắt nhau tại $D$. Qua $D$ kė đường thẳng vuông góc với $OA$ tại $H$ cắt (O) tại $E$ và $F$ ( $E$ nằm giữa $D$ và $F$.

1. Chứng minh: $OD⊥BC$ tại $M$ và $BD^{2}=DE.DF$.
2. Chứng minh: tứ giác EMOF nội tiếp.
3. Chứng minh: $AE,AF$ là hai tiếp tuyến của $(O)$.
4. Từ $B$ vẽ đường thẳng vuông góc với $OF$, cắt $CF$ tại $P$ và cắt $EF$ tại $Q$. Chứng minh: $Q$ là trung điểm BP.

Bài 85 : Cho $(O)$, tư điểm $A$ ngoài đường tròn vẽ tiếp tuyến $AB,AC$ với $(O)$ và cát tuyến $ADE$ $(AD<AE;DC<DB)$. Gọi $H$ là giao điểm của $OA$ và $BC$.

1. Chứng minh: tứ giác $ABOC$ nội tiếp và $OA$ vuông góc với $BC$.
2. Chứng minh: $AB^{2}=AD.AE$ và tứ giác $DHOE$ nội tiếp.
3. Tia DH cắt $(O)$ tại $F$. Chứng minh: $HB$ là tia phân giác của $\hat{DHE}$ và $EF//BC$.

Bài 86: Cho đường tròn $(O;R)$ và một diểm $A$ sao cho $OA=3R$. Qua $A$ kẻ hai tiếp tuyến $AP$ và $AQ$ của đường tròn $(O)$, vơi $P$ và $Q$ là hai tiếp điểm. Lấy điểm $M$ thuộc đường tròn $(O)$ sao cho $PM$ song song với $AQ$. Gọi $N$ là giao điểm thứ hai của đường thẳng $AM$ và đường tròn $(O)$. Tia $PN$ cắt đường thẳng $AQ$ tại $K$.

1. Chứng minh: $APOQ$ là tứ giác nội tiếp và $KA^{2}=KN.KP$.
2. Kè đường kính $QS$ của đường tròn $(O)$. Chứng minh: tia $NS$ là tia phân giác của $\hat{PNM}$.
3. Gọi $G$ là giao điểm của hai đường thẳng $AO$ và $PK$. Tính độ dài đoạn thẳng $AG$ theo bán kính R. ( $△S:AG=16R/9$ )

Bà 87: Cho đường tròn $(O;R)$, một điểm $A$ bất kì nằm trên đường tròn. Trên tiếp tuyến tại $A$ của đường tròn, lấy điểm $M$ sao cho $AM=2R$. Từ $M$ kẻ tiếp tuyến $MB$ với đường tròn $(O)$ (B là tiếp điểm); đường thẳng $OM$ cắt $AB$ tại $H$.

1. Chứng minh: tứ giác MAOB nội tiếp.
2. Chứng minh: $OM⊥AB$ và tính $HM$ theo $R$.
3. Kė đường kính $BC$ của $(O),MC$ cắt $(O)$ tại $N(N\ne C)$. Chứng minh: $MN.MC=MH.MO$.
4. Gọi $I,K$ lần lượt là trung điểm của $CN$ và $BM$. Chứng minh: $IK⊥HN$

Bài 88: Từ điểm $M$ nằm ngoài $(O)$, vẽ 2 tiếp tuyến $MA,MB(A,B$ là 2 tiếp điểm). Lấy $C$ thuộc cung $AB(CB<CA),MC$ cắt $(O)$ tại $D(D$ khác $C)$. Gọi $H$ là giao điểm của $OM$ và $AB$.

1. Gọi $K$ là trung điềm của $CD$. Chứng minh: 5 điểm $M,A,B,O,K$ cùng thuộc 1 đường tròn.
2. Chứng minh: tứ giác $OHCD$ nội tiếp và $HB$ là tia phân giác $\hat{DHC}$.

Bài 89: Qua điềm $A$ nằm ngoài đường tròn $(O)$ vẽ hai tiếp tuyến $AB,AC$ của đường tròn $(B$, $C$ là hai tiếp điểm). Gọi $E$ là trung điểm của đoạn $AC,F$ là giao điểm thứ hai của $EB$ với đường tròn $(O)$.

1. Chứng minh: tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và $EC^{2}=EF.EB$.
2. Gọi $K$ là giao điểm thứ hai của đường thẳng $AF$ với đường tròn $(O)$. Chứng minh: $△ABF∼△AKB$ và $BF.CK=BK.CF$.
3. Chứng minh: $BK//AC$ và $AE$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $△ABF$.

Bài 90 : Cho đường tròn $(O;R),M$ là điểm nằm ngoài đường tròn sao cho $OM=2R$. Từ $M$ vẽ hai tiếp tuyến $MC$ và $MD$ đến đường tròn ( $C$ và $D$ là các tiếp điềm) và cát tuyến $MAB$.

1. Chứng minh: $MC^{2}=$ MA.MB.
2. Gọi $K$ là trung điểm của $AB$, chứng minh: 5 điểm $M,C,K,D,O$ cùng thuộc một đường tròn.
3. Cho $AB=R\sqrt{3}$, tính $MA$ theo $R$. (gơi ý: Vẽ $OK⊥AB$ tai $K⇒AK=$ ?, $MK=$ ?)
4. Gọi $H$ là giao điểm của $OM$ và $CD$. Chứng minh: tứ giác $ABOH$ nội tiếp.

Bài 91 : Từ điềm $M$ ở ngoài đường tròn $(O)$ vẽ hai tiếp tuyến $MA,MB$ với đường tròn $(A,B$ là tiếp điềm). Vẽ dây $AD$ của đường tròn $(O$ ) song song với $MB;MD$ cắt ( $O$ ) tại $E$ (khác D). Tia $AE$ cắt $MB$ tại $K$. Chứng minh:

1. $MAOB$ là tứ giác nội tiếp và $△ABD$ cân tại $B$.
2. $KB^{2}=KA.KE$ và $K$ là trung điểm của $MB$.
3. $BM$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $△AME$.

Bài 92 : Từ một điểm $M$ nằm ngoài $(O)$. Vẽ hai tiếp tuyến $MA,MB$ với $(O)(A,B$ là 2 tiếp điểm). Gọi $I$ là trung điểm của $MB$. $AI$ cắt $(O)$ tại $C,MC$ cắt $(O)$ tại $D(D\ne C)$. Gọi $H$ là giao điểm của $AB$ và $OM$.

1. Chứng minh: $MA.MB=MC.MD$.
2. Chứng minh: tứ giác BHCI nội tiếp.
3. Chứng minh: $AD//MB$.
4. Tiếp tuyến tại $C$ và $D$ của $(O)$ cắt nhau tại $E$. Chứng minh: $E,A,B$ thẳng hàng.

Bài 93: Cho đường tròn $(O)$ đường kính $BC$, điểm $A$ ở bên ngoài đường tròn với $OA=2R$. Vẽ hai tiếp tuyến $AD,AE$ với đường tròn ( $D$ và $E$ là hai tiếp điểm).

1. Chứng minh: tứ giác $ADOE$ nội tiếp và xác định tâm $I$ của đường tròn này.
2. Chứng minh: $△ADE$ đều.
3. Vẽ $DH$ vuông góc với $CE$ (H thuộc $CE$ ). Gọi $P$ là trung điểm của $DH$. $CP$ cắt đường tròn $(O)$ tại $Q$. $AQ$ cắt đường tròn $(O)$ tại $M$. Chứng minh: $AQ.AM=3R^{2}$.
4. Chứng minh: đường thẳng $AO$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $△ADQ$.

Bài 94: Cho tam giác $ABC$ có 3 góc nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp $(O;R)$. Gọi $AD,BE,CF$ là các đường cao cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: tứ giác $BCEF$ nội tiếp và xác định tâm $I$ của đường tròn này.
2. Chứng minh: $H$ là tâm đường tròn nội tiếp $△DEF$.
3. Chứng minh: $OA⊥EF$.
4. Đường thẳng $EF$ cắt $(O)$ tại hai điểm $P$ và $Q$ ( $F$ nằm giữa $P$ và $E$ ). Chứng minh: $AP$ là một tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $△PHD$.





Bài 95: Phuoơng tich của điềm $M$ đối với đurờng tròn: Cho đường tròn tâm $O$ bán kính $R$. Cho điểm $M$ cố định bên trong đường tròn $(M$ khác $O)$. Vẽ đường kính $AB$ đi qua $M$. Cho dây cung $CD$ quay quanh điểm $M$.

1. Chứng minh: MA.MB $=R^{2}-OM^{2}$.
2. Chứng minh: $△MAD$ đồng dạng với $△MCB$.
3. Chứng minh rằng: với vị trí bất kỳ của dây $CD$ đi qua $M$ thì $MC.MD=R^{2}-OM^{2}$.

Ghi chú: Giá trị $MC.MD=R^{2}-OM^{2}$ được gọi là phương tích của $M$ đối với $(O)$.

Bài 96: Phuơng tich của điểm $M$ đối với đuờng tròn: Cho đường tròn tâm $O$ bán kính $R$. Cho điểm $M$ cố định nằm ngoài $(O)$. Tia $MO$ cắt $(O)$ tại $A$ và $B(A$ nằm giữa $M$ và $B)$. Tia $Mx$ di động cắt $(O)$ tại $C$ và $D(C$ nằm giữa $M$ và $D)$.

1. Chứng minh: MA.MB $=OM^{2}-R^{2}$.
2. Chứng minh: $△MAD$ đồng dạng với $△MCB$.
3. Có nhận xét gì về tích [MC.MD](http://MC.MD) khi tia Mx quay?

Ghi chú: Giá trị [MC.MD](http://MC.MD) được gọi là phương tích của $M$ đối với $(O)$.

Bài 97: Phuơng tích của điểm $M$ đối với đioờng tròn: Cho đường tròn tâm $O$ bán kính $R$. Cho điểm $M$ cố định nằm ngoài $(O)$. Vẽ tiếp tuyến $MT$ (T là tiếp điểm). Tia $Mx$ di động cắt $(O)$ tại $C$ và $D(C$ nằm giữa $M$ và $D)$. Chứng minh: $△MCT$ đồng dạng với $△MID$ và $MT^{2}=MC.MD$.

Bài 98: Cho hai đường tròn $(O;R)$ và $\left(O^{'};R\right.$ ') cắt nhau ở $A$ và $B$. Điểm $M$ nằm ngoài hai đường tròn và thuộc đường thẳng $AB$. Từ $M$ vẽ tiếp tuyến $MC$ của $(O)$ và tiếp tuyến $MD$ của $\left(O^{'}\right)(C$ và $D$ là hai tiếp điểm). Chứng minh: $MC=MD$. Có nhận xét gì về phương tích của điểm $M$ đối với hai đường tròn?

Ghi chú: Đường thẳng $AB$ được gọi là trục đẳng phương của hai đường tròn.
ßài 99: Cho tam giác $ABC$ có $AB<AC$ và nội tiếp trong đường tròn tâm $O$. Giả sử trên tia đối của tia $BC$ có điểm $M$ sao cho $MA^{2}=MB.MC$. Vẽ tiếp tuyến $MD$ của $(O)$ (với $D$ là tiếp điểm thuộc cung $BC$ không chứa $A$ ). Chứng minh: $△OMA=△OMD$ và $MA$ là tiếp tuyến của $(O)$.

Bài 100: Từ điềm $M$ bên ngoài đường tròn $(O;R)$, kè các tiếp tuyến $MA,MB$ đến $(O)(A,B$ là hai tiếp điểm). Gọi $K$ là giao điểm của $OM$ và $AB$, kẻ dây cung $CD$ của $(O)$ qua $K$ (D thuộc $\overparen{AB}$ nhò).

1. Chứng minh: $KA.KB=KO.KM$.
2. Chứng minh: $KC.KD=KO.KM$.

Bài 101: Cho $(O)$ có dây $BC$ song song với tiếp tuyến tại $A$ của đường tròn. Lấy điểm $E$ thuộc cung $BC$ không chứa $A$. Tia $EC$ cắt tiếp tuyến ở $M.MB$ cắt $(O)$ ở $D$. Tia $ED$ cắt đoạn thẳng $AM$ ờ $I$. Chứng minh:

1. $\hat{IMD}=\hat{IEM}$ và $IM^{2}=IE.ID$.
2. I là trung điểm của đoạn thẳng $AM$.

Bài 102: Cho điểm $M$ nằm ngoài đường tròn tâm $O$. Vẽ hai tiếp tuyến $MA$ và $MC$ của $(O)(A$ và $C$ là hai tiếp điềm). Vẽ dây cung $BC$ song song với $AM$. $BM$ cắt $(O)$ tại $D$. $CD$ cắt $AM$ tại I. Chứng minh: $IM^{2}=OC$.ID và $I$ là trung điểm của $AM$.

Bài 103: Cho tam giác $ABC$ nhọn nội tiếp $(O)$ có $AB<AC$. Gọi $H$ là giao điểm của ba đường cao $AD,BE$ và $CF$. Đường thẳng $EF$ cắt đường thẳng $BC$ tại $K$. KA cắt đường tròn ( $O$ ) tại M. Chứng minh:

1. $\hat{AFE}=\hat{ACB}$ và $KF.KE=KB.KC$.
2. $KF.KE=KM.KA$.

Bài 104: Cho điềm $A$ nằm ngoài đường tròn tâm $O$. Vẽ hai tiếp tuyến $AB$ và $AC$ của $(O)(B$ và $C$ là hai tiếp điềm). Kẻ đường kính $CD$ của $(O),AD$ cắt $(O)$ tại điềm thứ hai là $E$. Gọi $H$ là giao điểm của $OA$ và $BC$. Chứng minh: $AB^{2}=AE.AD$ và $AE⋅AD=AH.AO$.

Bài 105: Cho đường tròn tâm $O$ có hai dây cung $AB$ và $CD$ cắt nhau tại I nằm bên trong ( $O$ ). Gọi $M$ là trung điểm của $IC$ và $N$ là điểm đối xứng với $I$ qua $D$. Chứng minh: $IA.IB=IC$.ID và $IA.IB=IM$.IN .

Bài 106: Cho đường tròn $(O;R)$, từ điềm $N$ nằm ngoài $(O)$ vẽ hai tiếp tuyến $NA,NB(A,B$ là tiếp điềm). Vẽ đường kính $AC$ của $(O),NC$ cắt $(O)$ tại $D(D$ khác $C)$. $ON$ cắt $AB$ tại $H$. Chứng minh:

1. $ON⊥AB$ taii $H$ và $HA.HB=HO.HN$.
2. $HI.HC=HO.HN$.

Bài 107: Cho điểm $C$ bên ngoài đường tròn tâm $O$. Vẽ hai tiếp tuyến $CA$ và $CB$ của $(O)(A$ và $B$ là hai tiếp điểm). Vẽ đường tròn tâm $T$ đi qua $C$ và tiếp xúc với $AB$ tại $B$. Đường tròn $(T)$ cắt $(O)$ tại điểm thứ hai là $M$. Tia $AM$ cắt $BC$ ở $I$. Chứng minh:

1. $\hat{MCI}=\hat{CAI}$
2. $IC^{2}=IM.IA$.
3. IT vuông góc với $BC$.

Bài 108: Cho $AD$ là đường phân giác của tam giác $ABC$ ( $D$ thuộc $BC$ ). Chứng minh $AD^{2}=AB.AC-DB.DC$,

Huớng dẫn: $TiaAD$ cắt đường tròn $(ABC)$ tại $E$. Chứng minh $AB⋅AC=AD⋅AE$.

Bài 109: Cho tam giác $ABC$ có đường trung tuyến $AM$ và đường phân giác trong $AD$. Giả sử đường tròn $(ADM)$ cắt hai đường thẳng $AB$ và $AC$ lần lượt tại $E$ và $F$. Chứng minh:

1. $\frac{BA⋅BE}{CA⋅CF}=\frac{BD}{CD}$.
2. $BE=CF$.

|  |  |
| --- | --- |
| LHAMKHLOO | A sign with white letters  Description automatically generated |

Bài 110: Cho tam giác $ABC$ có 3 góc nhọn và $AB<AC$ nội tiếp đường tròn tâm $O$. Các đường cao $BE,CF$ của tam giác $ABC$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: tứ giác $BFEC$ nội tiếp và xác định tâm $K$ của đường tròn ngoại tiếp.
2. Gọi $M$ là giao điểm của $EF$ và $BC$, đường thẳng $MA$ cắt $(O)$ tại điểm thứ hai là $I$ khác A. Chứng minh: [MI.MA](http://MI.MA) = [MB.MC](http://MB.MC) và tứ giác $AEFI$ nội tiếp.

Bài 111: Cho tam giác $ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Hai đường cao $BE,CF$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh: tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp. Xác định tâm $M$ của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BCEF$.
2. Hai đường thẳng $EF$ và $BC$ cắt nhau tại $S$. Chứng minh: $SE.SF=SC.SB$.
3. Vẽ đường kính $AK$. Gọi $I$ là trung điểm của $AH$. Chứng minh: tứ giác $BHCK$ là hình bình hành và $AM$ đi qua trung điềm của $OI$.
4. SA că̆t $(O)$ tại $N$. Chứng minh: tứ giác $AKFE$ nội tiếp và ba điểm $M,H,N$ thẳng hàng.

Bài 112: Cho tam giác $ABC$ nhọn nội tiếp $(O)$. Các đường cao $AD,BE,CF$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp và xác định tâm $I$ của đường tròn này.
2. Đường thẳng $EF$ cắt $BC$ tại $M$, cắt $(O)$ tại $K$ và $T(K$ nằm giữa $M$ và $T)$. Chứng minh: [MK.MT](http://MK.MT) $=$ ME.MF.
3. Chứng minh: tứ giác IDKT nội tiếp.
4. $AM$ cắt $(O)$ tại $N$. Chứng minh: $MH⊥AI$.

Bài 113: Cho đường tròn $(O;R)$, từ điềm $M$ nằm ngoài $(O)$ vẽ hai tiếp tuyến $MA,MB(A,B$ là tiếp điểm). Vẽ đường kính $AC$ của $(O),MC$ cắt $(O)$ tại $D(D\ne C)$. $OM$ cắt $AB$ tại $H$.

1. Chứng minh: tứ giác $MAOB$ nội tiếp và $MB^{2}=MC$.MD.
2. Chứng minh: [MO.MH](http://MO.MH) = [MC.MD](http://MC.MD).
3. $CH$ cắt $(O)$ tại $I(I$ khác $C$ ). Chứng minh: tứ giác COIM nội tiếp.
4. Kẻ $BL$ là đường kính của $(O)$. Chứng minh: tứ giác $BHIM$ nội tiếp và $L,I,M$ thẳng hàng.

Bài 114: Điểm $M$ bên ngoài đường tròn $(O;R)$, kẻ các tiếp tuyến $MA,MB$ đến $(O)(A,B$ là hai tiếp điểm). Gọi $K$ là giao điểm của $OM$ và $AB$, kẻ dây cung $CD$ của $(O)$ qua $K$ (D) thuộc cung nhỏ $AB$ ). Chứng minh:



1. MO là tia phân giác của $\hat{DMC}$.

Bài 115: Cho đường tròn $(O;R)$ dây $BC$ cố định. Điểm $A$ di động trên cung lớn $BC$ $(AB<AC)$ sao cho tam giác $ABC$ nhọn. Các đường cao $BE,CF$ cắt nhau tại $H$. Gọi $K$ là giao điểm của $EF$ với $BC$.

1. Chứng minh: tứ giác BCEF nội tiếp và tứ giác $AFHE$ nội tiếp.
2. Chứng minh: $KB⋅KC=KE.KF$.
3. Gọi $M$ là giao điểm của $AK$ với $(O)(M\ne A)$. Chứng minh: $MH⊥AK$.

Bài 116: Cho tam giác $ABC(AB<AC)$ có ba góc nhọn nội tiếp $(O)$. Vẽ hai đường cao $BE$ và $CF$. Tiếp tuyến tại $A$ cắt $BC$ tại $S,EF$ cắt $BC$ tại $I$.

1. Chứng minh: tứ giác EFBC nội tiếp và $SA^{2}=SB.SC$.
2. IA cắt $(O)$ tại $M$. Chứng minh: $IM.IA=IB.IC=IE.IF$, từ đó suy ra tứ giác $AMFE$ nội tiếp.
3. Chứng minh: tứ giác IMFB nội tiếp.
4. Gọi $N$ là trung điểm $SA$. Chứng minh: $NC$ đi qua trung điểm của $EI$.