**§3. פ!̣HH LÍ VIÈTE**

**I. Đ!̣NH LÍ VIÈTE**

**- Kiến thức cần nhớ**

* Nếu phương trình bậc hai $ax^{2}+bx+c=0(a\ne 0)$ có hai nghiệm $x\_{1},x\_{2}$ thì tồng và tích

của hai nghiệm đó là: $S=x\_{1}+x\_{2}=-\frac{b}{a};P=x\_{1}⋅x\_{2}=\frac{c}{a}$.

Nhôn xét:

* Nếu phương trình $ax^{2}+bx+c=0(a\ne 0)$ có $a+b+c=0$ thì phương trình có một nghiệm là $x\_{1}=1$, nghiệm còn lại là $x\_{2}=\frac{c}{a}$.
* Nếu phương trình $ax^{2}+bx+c=0(a\ne 0)$ có $a-b+c=0$ thì phương trình có một nghiệm là $x\_{1}=-1$, nghiệm còn lại là $x\_{2}=-\frac{c}{a}$.

Vi du 1: Không giải phương trình, hãy tính tổng và tích các nghiệm (nếu có) của các phương trình:
a) $x^{2}+3x-1=0$;
b) $3x^{2}-4x+5=0$.

**Huớng dẫn giài:**

a) $x^{2}+3x-1=0$

Ta có: $a=1, b=3,c=-1$

$$Δ=b^{2}-4ac=(3)^{2}-4⋅(1)(-1)=13>0$$

Vì $Δ>0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x\_{1};x\_{2}$.

Theo định lí Viète, ta có: $x\_{1}+x\_{2}=-\frac{b}{a}=-\frac{3}{1}=-3;x\_{1}⋅x\_{2}=\frac{c}{a}=\frac{-1}{1}=-1$.
b) $3x^{2}-4x+5=0$

Ta có: $a=3, b=-4,c=5$

$$Δ=b^{2}-4ac=(-4)^{2}-4⋅(3)(5)=-44<0$$

Vì $Δ<0$ nên phương trình vô nghiệm.

Ví du 2: Gọi $x\_{1},x\_{2}$ là hai nghiệm của phương trình $x^{2}-6x+4=0$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị các biểu thức:
a) $A=2x\_{1}^{2}x\_{2}+2x\_{1}x\_{2}^{2}$;
b) $B=x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}$.

Huớng dẫn giải:

$$x^{2}-6x+4=0$$

Ta có:

$$\begin{matrix}&a=1,b=-6,c=4\\&Δ=b^{2}-4ac=(-6)^{2}-4⋅(1)(4)=12>0\end{matrix}$$

Vì $Δ>0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x\_{1};x\_{2}$.

Theo định lí Viète, ta có: $x\_{1}+x\_{2}=-\frac{b}{a}=-\frac{-6}{1}=6;x\_{1}⋅x\_{2}=\frac{c}{a}=\frac{4}{1}=4$.

a) Ta có: $A=2x\_{1}^{2}x\_{2}+2x\_{1}x\_{2}^{2}=2x\_{1}x\_{2}\left(x\_{1}+x\_{2}\right)=2.4.6=48$.

b) Ta có: $B=x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}=x\_{1}^{2}+2x\_{1}x\_{2}+x\_{2}^{2}-2x\_{1}x\_{2}=\left(x\_{1}+x\_{2}\right)^{2}-2x\_{1}x\_{2}=6^{2}-2.4=28$.

Vi dụ 3: Tính nhẩm nghiệm của các phương trình:
a) $19x^{2}+5x-24=0$;
b) $33x^{2}-7x-40=0$.

**Huớng dẫn giäi:**

a) Phương trình $19x^{2}+5x-24=0$ có $a+b+c=19+5+(-24)=0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x\_{1}=1;x\_{2}=\frac{c}{a}=\frac{-24}{19}$.

b) Phương trình $33x^{2}-7x-40=0$ có $a-b+c=33-(-7)+(-40)=0$.

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x\_{1}=-1;x\_{2}=-\frac{c}{a}=-\frac{-40}{33}=\frac{40}{33}$.

**BÀI TÂP COO BẢN**

Bài 1: Kiềm tra sự tồn tại nghiệm rồi tính tổng và tích hai nghiệm mà không giải phương trình.

1. $x^{2}-4x-2=0$;
2. $x^{2}-5x+6=0$;
3. $4x^{2}+5x-1=0$;
4. $x^{2}-x-1=0$;
5. $2x^{2}+3x-1=0$;
6. $4x^{2}-4x+1=0$;
7. $2x^{2}+3x+11=0$;
8. $x^{2}-8x-7=0$;
9. $x^{2}-2\sqrt{5}x+5=0$;
10. $3x^{2}+2\sqrt{5}x+\sqrt{15}=0$;
11. $x^{2}-5x+2=0$;
12. $x^{2}+2x-17=0$;
13. $2x^{2}-x+1=0$;
14. $-2x^{2}+5x-4=0$;
15. $16x^{2}+13x-48=0$;
16. $x^{2}-2x-35=0$;
17. $5x^{2}-2\sqrt{3}x-4=0$;
18. $2x^{2}+3\sqrt{2}x-5=0$;
19. $-4x^{2}+2x+5=0$;
20. $\sqrt{3}x^{2}+(2-\sqrt{3})x-2=0$;
21. $4x^{2}-(4+\sqrt{3})x+\sqrt{3}=0$;
22. $x^{2}-\sqrt{3}x-2-\sqrt{6}=0$;
23. $x^{2}-(\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}=0$;
24. $(\sqrt{5}+1)x^{2}-5x+\sqrt{5}-1=0$

Bài 2: Nếu các phương trình sau có hai nghiệm $x\_{1},x\_{2}$ thì hãy tính giá trị của các đại lượg sau: $x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2},\left(x\_{1}-x\_{2}\right)^{2},x\_{1}-x\_{2},x\_{1}^{2}-x\_{2}^{2}$ mà không được giải phương trình .

1. $x^{2}-4x-12=0$;
2. $x^{2}+5x+6=0$;
3. $x^{2}+3x-2=0$;
4. $x^{2}+2x-3=0$;
5. $x^{2}+x-6=0$;
6. $x^{2}-3x-4=0$;
7. $2x^{2}-5x-7=0$;
8. $3x^{2}-4x+1=0$;
9. $-x^{2}-3x+10=0$;
10. $4x^{2}+5x-1=0$;
11. $-3x^{2}-8x+11=0$;
12. $-5x^{2}+2x+8=0$.

Bài 3: Nếu phương trình sau: $x^{2}-2x-1=0$ có hai nghiệm $x\_{1},x\_{2}$ thì hãy tính giá trị của các đại lượng sau mà không được giải phương trình.

1. $5x\_{1}x\_{2}^{2}+5x\_{2}x\_{1}^{2}$;
2. $x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}$;
3. $2x\_{2}x\_{1}^{3}+2x\_{1}x\_{2}^{3}$;
4. $\frac{x\_{1}}{x\_{2}}+\frac{x\_{2}}{x\_{1}}$;
5. $\frac{3}{x\_{1}}+\frac{3}{x\_{2}}$;
6. $\frac{x\_{1}+1}{x\_{2}}+\frac{x\_{2}+1}{x\_{1}}$;
7. $\frac{x\_{1}}{x\_{2}+2}+\frac{x\_{2}}{x\_{1}+2}$;
8. $\frac{x\_{1}-1}{x\_{2}}+\frac{x\_{2}-1}{x\_{1}}$;
9. $\frac{x\_{1}^{2}+2}{x\_{2}}+\frac{x\_{2}^{2}+2}{x\_{1}}$.

Bài 4: Tính nhẩm nghiệm của các phương trình:

1. $2x^{2}+5x-7=0$;
2. $3x^{2}+7x-10=0$;
3. $4x^{2}-5x-9=0$;
4. $-2x^{2}-11x-9=0$;
5. $7x^{2}-5x-12=0$;
6. $-3x^{2}+7x-4=0$;
7. $10x^{2}-7x-17=0$;
8. $13x^{2}-2x-11=0$;
9. $\frac{7}{2}x^{2}+\frac{3}{2}x-5=0$;
10. $\frac{8}{3}x^{2}+6x+\frac{10}{3}=0$;
11. $\frac{7}{2}x^{2}+\frac{3}{2}x-5=0$;
12. $\frac{9}{4}x^{2}-4x+\frac{7}{4}=0$;
13. $3,5x^{2}-8,4x-4,9=0$;
14. $-2,3x^{2}-4,7x+7=0$;
15. $415x^{2}-27x-388=0$;
16. $-671x^{2}-45x+626=0$;
17. $x^{2}-(1+\sqrt{3})x+\sqrt{3}=0$;
18. $x^{2}-(1+\sqrt{2})x+\sqrt{2}=0$;
19. $x^{2}-\sqrt{5}=(1-\sqrt{5})x$;
20. $x^{2}-(\sqrt{6}-1)x-\sqrt{6}=0$;
21. $\sqrt{3}x^{2}-(1-\sqrt{3})x-1=0$;
22. $-x^{2}+(3+\sqrt{11})x+4+\sqrt{11}=0$;
23. $(3+\sqrt{2})x^{2}-(1+\sqrt{2})x-2=0$;
24. $3x^{2}-x\sqrt{3}+\sqrt{3}-3=0$;
25. $(\sqrt{3}-1)x^{2}+(\sqrt{3}-2)x+3-2\sqrt{3}=0$;
26. $(1-\sqrt{2})x^{2}-2x-2\sqrt{2}x=-1-3\sqrt{2}$.

Bài 5: Cho phương trình: $x^{2}+2x-3=0$.

1. Chứng minh rằng: phương trình có hai nghiệm $x\_{1},x\_{2}$.
2. Tính tồng và tích hai nghiệm trên.
3. Tính $x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}$.

Bài 6: Cho phương trình: $5x^{2}-x-10=0$ có 2 nghiệm $x\_{1},x\_{2}$. Không giài phương trình hãy tính giá trị của biểu thức: $A=x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}$.

Bài 7: Cho phương trình: $3x^{2}+x-2=0$. Không giài phương trình, hãy tính tổng bình phương hai nghiệm.

Bài 8: Cho phương trình: $2x^{2}-4x-3=0$. Không giải phương trình hãy:

1. Tính tồng và tích các nghiệm $x\_{1};x\_{2}$ của phương trình trên.
2. Tính giá trị biều thức: $M=x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}-4x\_{1}x\_{2}$.

Bài 9: Cho phương trình: $x^{2}+3x-4=0$.

1. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt $x\_{1},x\_{2}$.
2. Tính tổng và tích hai nghiệm đó.
3. Tính $\frac{2x\_{1}+2x\_{2}}{x\_{1}x\_{2}+1};\frac{1}{x\_{1}}+\frac{1}{x\_{2}};\left(x\_{1}+x\_{2}\right)^{2}-3x\_{1}x\_{2};x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}$.

Bài 10: Cho phương trình: $3x^{2}-5x-4=0$.

1. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm $x\_{1},x\_{2}$.
2. Tính tồng và tích hai nghiệm đó.
3. Tính $x\_{1}^{2}x\_{2}+x\_{1}x\_{2}^{2};x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2};x\_{1}^{3}x\_{2}+x\_{1}x\_{2}^{3}$.

Bài 11: Cho phương trình: $x^{2}+9x-8=0$.

1. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt $x\_{1},x\_{2}$.
2. Tính $\frac{1}{x\_{1}}+\frac{1}{x\_{2}};x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2};\frac{x\_{1}}{x\_{2}}+\frac{x\_{2}}{x\_{1}};x\_{1}^{2}x\_{2}+x\_{1}x\_{2} ^{2}$.

Bài 12: Cho phương trình: $3x^{2}-5x+2=0$.

1. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt $x\_{1},x\_{2}$.
2. Tính tổng và tích hai nghiệm trên.
3. Tính $x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2};x\_{1}^{3}+x\_{2}^{3}$.

Bài 13: Cho phương trình: $x^{2}+x-11=0$.

1. Không giài phương trình, hãy chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt $x\_{1},x\_{2}$.
2. Tính $x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2};\frac{1}{x\_{1}}+\frac{1}{x\_{2}};\frac{x\_{1}}{x\_{2}}+\frac{x\_{2}}{x\_{1}}$.

Bài 14: Cho phương trình $3x^{2}-7x+4=0$. Gọi $x\_{1},x\_{2}$ là hai nghiệm của phương trình.

Không giài phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A=\left(x\_{1}+2x\_{2}\right)\left(x\_{2}+2x\_{1}\right)-x\_{1}^{2}x\_{2}^{2}$.

Bài 15: Cho phương trình: $3x^{2}-7x+2=0$.

1. Không giài phương trình, hãy chứng minh rằng phương trinh có hai nghiệm phân biệt| $x\_{1},x\_{2}$.
2. Tính $x\_{1}+x\_{2};x\_{1}x\_{2};x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2};\left(x\_{1}+1\right)\left(x\_{2}+1\right);x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}+\left(x\_{1}+1\right)\left(x\_{2}+1\right)$.

Bài 16: Cho phương trình: $3x^{2}+6x-7=0$.

1. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phấn biệt $x\_{1},x\_{2}$.
2. Tính $x\_{1}+x\_{2};x\_{1}x\_{2};x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2};2x\_{1}^{2}+3x\_{1}x\_{2}+2x\_{2}^{2}$.

Bài 17: Cho phương trình: $x^{2}-3x-5=0$.

1. Không giải phương trình, hãy chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt $x\_{1},x\_{2}$ 。
2. Tính $x\_{1}+x\_{2};x\_{1}x\_{2};x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2};\frac{1}{x\_{1}}+\frac{1}{x\_{2}};\frac{x\_{1}}{x\_{2}}+\frac{x\_{2}}{x\_{1}};\left(x\_{1}-x\_{2}\right)^{2};\left(x\_{1}-x\_{2}\right)^{2}-5x\_{1}x\_{2}$.

Bài 18: Cho phương trình: $x^{2}-2x-6=0$.

1. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt $x\_{1},x\_{2}$.
2. Tính giá trị của các biểu thức sau: $x\_{1}+x\_{2};x\_{1}x\_{2};x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2};\left(x\_{1}-x\_{2}\right)^{2};x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}+7x\_{1}x\_{2}$.

Bài 19: Cho phương trình: $-x^{2}+8x-7=0$.

1. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt $x\_{1},x\_{2}$,
2. Tính giá trị các biểu thức sau: $x\_{1}+x\_{2};x\_{1}x\_{2};x\_{1}^{2}x\_{2}^{2}-x\_{1}-x\_{2};x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2};\left(x\_{1}-x\_{2}\right)^{2}$.

Bài 20: Cho phương trình $4x^{2}-5x-3=0$ có hai nghiệm là $x\_{1},x\_{2}$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $S=x\_{1}+x\_{2};P=x\_{1}x\_{2};F=\left(x\_{1}+1\right)\left(x\_{2}+1\right)-\left(x\_{1}-x\_{2}\right)^{2}$.

Bài 21: Cho phương trình $2x^{2}-6x+3=0$ có hai nghiệm là $x\_{1},x\_{2}$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $H=x\_{1}^{2}+x\_{2}^{2}-5x\_{1}-5x\_{2}$.

Bài 22: Cho phương trình $2x^{2}+5x-3=0$ có hai nghiệm là $x\_{1},x\_{2}$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $Q=\left(x\_{1}+3x\_{2}\right)\left(x\_{2}+3x\_{1}\right)$.

Bài 23: Cho phương trình $3x^{2}-4x-2=0$ có hai nghiệm là $x\_{1},x\_{2}$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $T=\left(x\_{1}-x\_{2}\right)^{2}$.

Bài 24: Cho phương trình $2x^{2}-13x-4=0$ có hai nghiệm là $x\_{1},x\_{2}$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $G=\left(x\_{1}+x\_{2}\right)\left(x\_{1}+2x\_{2}\right)-x\_{2}^{2}$.

Bài 25: Cho phương trình: $x^{2}-3x-2=0$ có 2 nghiệm $x\_{1},x\_{2}$. Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức: $K=\frac{x\_{1}-1}{x\_{2}+1}+\frac{x\_{2}-1}{x\_{1}+1}$.

**II. TìM HAI SO KHI BIÊT TƠNG VÀ TÍCH CỦA CHÚNG**

$⋄$ **Kiến thức cần nhớ**

Nếu hai số có tổng bằng $S$ và tích bằng $P$ thì hai số đó là nghiệm của phương trình: $x^{2}-Sx+P=0$

Điều kiện để có hai số đó là $S^{2}-4P\geq 0$.

Vi du 4: Tìm hai số (nếu có) trong mỗi trường hợp sau:

a) Tồng của chúng bằng 5 và tích của chúng bằng -36 ;

b) Tổng của chúng bằng 9 và tích của chúng bằng 35 .

Huớng dẫn giải:

a) Ta có $S=5;P=-36$.

$$S^{2}-4P=5^{2}-4⋅(-36)=169>0$$

Hai số cần tìm là nghiệm của phương trình $x^{2}-5x-36=0$.

Ta có: $a=1, b=-5,c=-36$

$$Δ=b^{2}-4ac=(-5)^{2}-4⋅(1)(-36)=169>0$$

Vì $Δ>0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là

$$\left\{\begin{matrix}x\_{1}=\frac{-b+\sqrt{Δ}}{2a}=\frac{-(-5)+\sqrt{169}}{2⋅(1)}=9\\x\_{2}=\frac{-b-\sqrt{Δ}}{2a}=\frac{-(-5)-\sqrt{169}}{2⋅(1)}=-4\end{matrix}\right.$$

Vậy hai số cần tìm là 9 và -4 .
b) Ta có $S=-9;P=35$.

$$S^{2}-4P=(-9)^{2}-4⋅(35)=-59<0. $$

Vậy không có hai số thoả mãn điều kiện đã cho.

**B BÀl TẬP CƠ BẢN**

Bài 26: Cho $S=x\_{1}+x\_{2}$ và $P=x\_{1}x\_{2}$. Tìm $x\_{1},x\_{2}$ biết:

1. $S=3,P=2$,
2. $S=1,P=-2$;
3. $S=5,P=6$;
4. $S=1,P=-6$;
5. $S=7,P=12$;
6. $S=-1,P=-12$;
7. $S=-2,P=-8$;
8. $S=5,P=4$;
9. $S=-3,P=-4$;
10. $S=5,P=-6$;
11. $S=-2,P=-15$;
12. $S=3,P=-10$;

**Bài 27:**

1. Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng -11 và tích của chúng bằng 24 ;
2. Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng -5 và tích của chúng bằng -14 ;
3. Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng 8 và tích của chúng bằng -48 ;
4. Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng -16 và tích của chúng bằng 63 ;
5. Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng -8 và tích của chúng bằng -65 ;
6. Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng 7 và tích của chúng bằng -91 ;
7. Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng -15 và tích của chúng bằng 50 ;
8. Tìm hai số, biết tổng của chúng bằng 13 và tích của chúng bằng -48 .

Bài 28: Tìm hai số $u$ và $v$ (nếu có) trong mỗi trường hợp sau:

1. $u+v=-8$, $uv=12$;
2. $u+v=-19,uv=-42$;
3. $u+v=10,uv=-24$;
4. $u+v=-7,uv=-18$;
5. $u+v=11$, uv $=33$;
6. $u+v=1$, $uv=-56$;

**Bài 29:**

1. Có tồn tại hai số $a$ và $b$ có tổng bằng 5 và tích bằng 7 không?
2. Có tồn tại hai số $a$ và $b$ có tổng bằng -8 và tích bằng -84 không?
3. Có tồn tại hai số $a$ và $b$ có tồng bằng -7 và tích bằng 15 không?
4. Có tồn tại hai số $a$ và $b$ có tổng bằng -9 và tích bằng 18 không?

Bài 30: Khu vườn hình chữ nhật của bác Lâm có chu vi bằng $80 m$, diện tích $336 m^{2}$. Hãy tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn?

Bài 31: Khu vườn hình chữ nhật của cô Hằng có chu vi bằng $120 m$, diện tích là $450 m^{2}$. Hãy tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn?

Bài 32: Một công ty sản xuất các khay có dạng hình hộp chữ nhật để trồng rau trong chung cư ở các thành phố. Biết diện tích mặt đáy của khay đó là $2856 cm^{2}$ và chu vi mặt đáy của khay đó là $220 cm$. Tìm các kích thước mặt đáy của khay đó.

Bài 33: Hiện nay, tổng số tuổi của hai anh em Nhân và Duy là 14 và tích số tuổi của hai em hiện nay là 45 . Tính số tuổi của Nhân và Duy (biết Nhân là anh, Duy là em).

Bài 34: Hiện nay, tổng số tuổi của hai chị em Thảo và Linh là 27 và tích số tuổi của hai em hiện nay là 60 . Tính số tuổi của Thảo và Linh (biết Thảo là chị, Linh là em).