**§2. PHƯƠNG TRìNH BẬC HAI MộT ẨN**

**I. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MộT ÂN**

**Kiến thức cần nhớ**

Phương trình bậc hai một ẩn (còn gọi là phưong trình bậc hai) là phương trình có dạng , trong đó là ẩn; là những số cho trước gọi là các hệ số và .

Ví du 1: Hãy xác định các hệ số của mỗi phương trình bậc hai sau:  
a)   
b) ;  
c) .

**Huớng dẫn giải:**

a) Phương trình có các hệ số .

b) Phương trình có các hệ số .

c) Phương trình có các hệ số .

**ㄹÀl TÂP COO BẢN**

Bài 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình bậc hai một ẩn? Chỉ rõ các hệ số , c của mỗi phương trình bậc hai một ần đó.

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;
8. ;
9. ;
10. ;
11. ;
12. ;
13. ;
14. ;
15. (m là số đã cho);
16. ( là số đã cho).

**II. GIẢl MỌTT SOU PHƯƠNG TRÌNH BẠCC HAI DẠNG ĐẶC BIẸTT**

Vi du 2: Giải các phương trình:  
a) ;  
b) .  
a)

Huớng dẫn giải:

Vậy phương trình có hai nghiệm là

hoặc

Vậy phương trình có hai nghiệm là

Chú y̛: Trong một số trường hợp, ta cũng có thể đưa phương trình bậc hai về dạng tích để giải. Vidu 3: Giải phương trình .

**Huớng dẫn giải:**

Vậy phương trình có hai nghiệm là và .

Chú ý: Với phương trình ờ Ví dụ 3 , ta có thề giải nhu sau:

Vậy phương trình có hai nghiệm là và .

**き BÀl TÂP COO BẢN**

Bài 2: Giải các phương trình sau:

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;
8. ;
9. ;
10. ;
11. ;
12. .

**III. CÔNG THỨC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRìNH BẬC HAI**

Xây dựng công thức nghiệm của phương trình bậc hai

Giải phương trình bậc hai , em hãy thực hiện các bước như sau

* Bước 1: Chuyền hạng từ tự do sang vế phải.
* Bước 2: Chia cả hai vế của phương trình cho hệ số của .
* Bước 3: Cộng vào hai vế của phương trình nhận được sau bước 2 với cùng một số để vế trái có thể biển đổi thành một bình phương. Từ đó tìm nghiệm .

Để giải phương trình bậc hai trong trường hợp tồng quát, ta làm như sau:

* Bước 1: Chuyền hạng tử tự do sang vế phải: .
* Bước 2: Chia cả hai vế của phương trình cho hệ số của .
* Bước 3: Cộng vào hai vế của phương trình nhận được với để vế trái có thể biến đổi thành bình phương của một biểu thức:

Kí hiệu và gọi là biệt thức của phương trình ( đọc là "đenta"). Khi đó, ta có thề viết lại phương trình cuối dưới dạng .

Từ đây ta có công thức nghiệm của phương trình bậc hai như sau:

**Kiến thức cần nhớ**

Cho phương trình và biệt thức .

* Nếu thì phương trình có hai nghiệm phân biệt:
* Nếu thì phương trình có nghiệm kép .
* Nếu thì phương trình vô nghiệm.

Ví du 4: Giải các phương trình:  
a) ;  
b) ;  
c) .

**Huớng dẫn giải:**

a) Ta có: .

Vì nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là

b) Ta có: .

Vì nên phương trình có nghiệm kép là

c) Ta có .

Vì phương trình vô nghiệm.  
 Chú ý: Nếu phương trình có và trái dấu, tức là , thì . Khi đó, phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Vi dụ 5: Không giài phương trình, hãy nhận xét số nghiệm của phương trình

**Hướng dẫn giäi:**

Ta có: , suy ra a và trái dấu.

Do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Chú : Trong phương trình , khi thì

Đặt , ta được .

Khi đó, ta có công thức nghiệm thu gọn như sau:

* Nếu thì phương trình có hai nghiệm phân biệt: ;
* Nếu thì phương trình có nghiệm kép ;
* Nếu thì phương trình vô nghiệm.

Vi du 6: Giải phương trình .

**Hương dẫn giải:**

Ta có .

Vì nên phương trình có hai nghiệm phân biệt là

**BÀl TÂP COO BẢN**

Bài 3: Giải các phương trình:

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;
8. ;
9. ;
10. ;
11. ;
12. ;
13. ;
14. ;
15. ;
16. ;
17. ;
18. ;
19. ;
20. ;
21. ;
22. ;
23. ;
24. ;
25. ;
26. ;
27. ;
28. ;
29. ;
30. ;
31. ;
32. ;
33. ;
34. ;
35. ;
36. ;
37. ;
38. ;

Bài 4: Giải các phương trình:

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;
8. ;
9. ;
10. ;
11. ;
12. ;
13. ;
14. ;
15. ;
16. ;
17. ;
18. ;
19. ;
20. ;
21. ;
22. ;
23. ;
24. ;
25. ;
26. ;
27. ;
28. ;
29. ;
30. ;
31. ;
32. .

Bài 5: Giải các phương trình sau bằng cách đặt ẩn phụ.

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;
8. ;
9. .

Bài 6: Dùng công thức nghiệm thu gọn để giải các phương trình sau:

1. ;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. ;
8. ;
9. ;
10. ;
11. ;
12. ;
13. ;

**IV. GIẢI BÀl TOÁN BÂNG CÁCH LẠPP PHƯƠNG TRÌNH BÂCC HAI**

**Kiến thức cần nhớ**

Bước 1: Lập phương trình:

* Chọn ẩn và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn.
* Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết.
* Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình nói trên.

Bước 3: Kiểm tra các nghiệm tìm được ở Bước 2 có thoả mãn điều kiện của ẩn hay không, rồi trả lời bài toán.

Ví du 7: Một nhà máy theo kế hoạch phải sản xuất 2100 thùng nước sát khuẩn trong một thời gian quy định (số thùng nước sát khuẩn nhà máy phải sản xuất trong mỗi ngày là bằng nhau). Để đẩy nhanh tiến độ công việc trong giai đoạn tăng cường phòng chống đại dịch Covid-19, mỗi ngày nhà máy đã sản xuất nhiều hơn dự định 35 thùng nước sát khuẩn. Do đó, nhà máy đã hoàn thành công việc trước thời hạn 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày nhà máy phải sản xuất bao nhiêu thùng nước sát khuẩn?

Huớng dẫn giải:

Gọi (thùng) là số thùng nước sát khuẩn mỗi ngày nhà máy phải sản xuất theo kế hoạch

Số thùng nước sát khuẩn mỗi ngày nhà máy phải sản xuất theo thực tế là (thùng)

Số ngày nhà máy sản xuất theo kế hoạch là (ngày)

Số ngày nhà máy sản xuất theo thực tế là (ngày)

Do nhà máy đă hoàn thành còng viẹ̀c trước thời hạn 3 ngày nèn ta có phương trình:

Ta có:

Vì nên phương trình có hai nghiệm phàn biệt là

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày nhà máy phải sản xuất 280 thùng nước sát khuần.

**BÀI TẬP COO BẢN**

Bài 7: Hai xe ô tô khởi hành cùng một lúc từ thành phố đến thành phố cách nhau 90 . Tốc độ của xe thứ hai nhanh hơn tốc độ xe thứ nhất là nên đã đến sớm hơn xe thứ hai 27 phút. Tính tốc độ của mỗi xe.

Bài 8: Một người đi xe máy từ đến cách nhau . Khi đi từ trở về , nhờ xuôi gió nên tốc độ lúc về nhanh hơn tốc độ lúc đi là , vì thế thời gian về it hơn thời gian đi là 5 phút. Tính tốc độ của xe máy khi đi từ đến .

Bài 9: Khoàng cách giữa hai bến sông và là . Một tàu du lịch đi từ bến đến bến , nghỉ 60 phút ở bến rồi quay lại bến . Thời gian kể từ lúc khời hành đến khi về đến bến là 3,5 giờ. Hãy tìm vận tốc thực của tàu du lịch (tửc là vận tốc của tàu khi nước yên lặng), biết rằng vận tốc của dòng nước là .

Bài 10: Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi . Người ta đề một lối đi xung quanh vườn rộng . Phần đất còn lại dùng để trồng hoa có diện tích là (Hình bên ). Tính chiều rộng và chiều dài của khu vườn đó. Biết chiều rộng ngắn hơn chiều dài.

A diagram of a rectangle with arrows

Description automatically generated

Bài 11: Một mành đất có dạng hình chữ nhật, chiều dài hơn chiều rộng , độ dài đường chéo là . Tính diện tích của mành đất đó.

Bài 12: Một mành vườn hình chừ nhật có chiều rộng ngắn hơn chiều dài và có diện tích là . Tính các kích thước của mành vườn đó.

Bài 13: Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng là và có diện tích là . Tính chiều đài và chiều rộng của mảnh đất đó.

Bài 14: Một đoàn xe nhận chờ 480 tấn hàng. Khi sắp khởi hành, đoàn xe có thêm 3 xe nữa nên mồi xe chờ it hớ 8 tấn so với dự định. Hòi lúc đầu đoàn xe có bao nhiêu chiếc? Biết rằng các xe chở khối lượng hàng bằng nhau.

Bài 15: Một tỉnh dự dịnh dùng 1 số xe cùng loại chở 12 tấn hàng hoá . Lúc sắp khởi hành, đoàn xe được hồ trợ thêm 5 xe cùng loại nữa, nên mỗi xe chờ it hơn hàng hoá. Hỏi lúc đi đoàn xe có bao nhiêu chiếc? (biết khối lượng hàng mỗi xe chở là như nhau).

Bài 16: Một công ty vận tài dự định điều một số xe tải để vận chuyền 24 tấn hàng. Thực tế khi đến nơi thì công ty bồ sung thêm 2 xe nữa nên mỗi xe chở í đi 2 tấn so với dự định. Hỏi số xe dự định được điều động là bao nhiêu? Biết số lượng hàng chở ở mỗi xe như nhau và mỗi xe chờ một lượt.

Bài 17: Một nhóm gồm 15 học sinh (cà nam và nữ) tham gia buổi lao động trồng cây. Các bạn nam trồng được 30 cây, các bạn nữ trồng được 36 cây. Mỗi bạn nam trồng được số cây như nhau và mỗi bạn nữ trồng được số cây như nhau. Tính số học sinh nam và số học sinh nữ của nhóm? Biết rằng mỗi bạn nam trồng được nhiều hơn mỗi bạn nữ 1 cây.

Bài 18: Một đội máy xúc được thuê đào đất để mờ rộng hồ Dầu Tiếng. Ban đầu đội dự định mỗi ngày đào một lượng đất nhất định đề hoàn thành công việc, nhưng khi đào được thì đội được tăng cường thêm một số máy xúc nên mỗi ngày đào thêm được , do đó đã hoàn thành công việc trong 35 ngày. Hỏi ban đầu đội dự định mỗi ngày đào bao nhiêu đất?

Bài 19: Một đội xe cần vận chuyền 160 tấn gạo với khối lượng mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khời hành thì được bồ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở í hơn dự định lúc đầu 2 tấn gạo (khối lượng mỗi xe chờ vẫn bằng nhau). Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?

Bài 20: Một đội xe dự định chở 120 tấn hàng. Để tăng sự an toàn nên đến khi thực hiện, đội xe được bồ sung thêm 4 chiếc xe, lúc này số tấn hàng của mỗi xe chở ít hơn số tấn hàng của mỗi xe dự định là 1 tấn. Tính số tấn hàng của mỗi xe dự định chở? Biết số tấn hàng của mỗi xe chờ khi dự định là bằng nhau, khi thực hiện là bằng nhau.

Bài 21: Một xường có kế hoạch in xong 6000 quyền sách giống nhau trong một thời gian quy định, biết số quyển sách in được trong mỗi ngày là bằng nhau. Để hoàn thành sớm kế hoạch, mỗi ngày xường đã in nhiều hơn 300 quyền sách so với số quyền sách phải in trong một ngày theo kế hoạch, nên xường in xong 6000 quyền sách nói trên sớm hơn kế hoạch 1 ngày. Tính số quyền sách xường in được trong mỗi ngày theo kế hoạch.

Bài 22: Một phân xường theo kế hoạch cần phải sàn xuất 1100 sàn phầm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xường đó sàn xuất vươt mức 5 sản phầm nên phân xường đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xường phải sàn xuất bao nhiêu sàn phầm?

Bài 23: Một công nhân theo kế hoạch phải làm 85 sàn phẩm trong một khoảng thời gian dự định. Nhưng do yêu cầu đột xuất, người công nhân đó phải làm 96 sản phẩm. Do người công nhân mỗi giờ đã làm tăng thêm 3 sản phầm, nên người đó đã hoàn thành công việc sớm hơn so với thời gian dự định là 20 phút. Hỏi mỗi giờ người công nhân đó làm bao nhiêu sàn phầm?

Bài 24: Hường ứng phong trào "Vì biển đảo Trường Sa" một đội tàu dự định chở 280 tấn hàng ra đảo. Nhưng khi chuần bị khời hành thì số hàng hóa đã tăng thêm 6 tấn so với dự định. Vì vậy đội tàu phải bồ sung thêm 1 tàu và mỗi tàu chở ít hơn dự định 2 tấn hàng. Hỏi khi dự định đội tàu có bao nhiêu chiếc tàu? Biết các tàu chở số tấn hàng bằng nhau.

Bài 25: Một lớp học có 42 học sinh dự buồi sinh hoạt ngoại khóa được sắp xếp đều nhau trên các băng ghế. Nếu ta bớt đi 1 băng ghế thì mỗi băng ghế còn lại phải xếp thêm 1 học sinh. Tính số băng ghế lúc đầu.

Bài 26: Ban đầu, khán đài của nhà thi đấu các nội dung thuộc môn Bơi tại SEA Games chứa 1188 ghế được xếp thành các dãy, số lượng ghế ở các dãy bằng nhau. Để phục vụ đông đảo khán già hơn, khán đài sau đó đã được lắp thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy được lắp thêm 4 ghế. Vì thế, khán đài được tăng thêm 254 ghế. Tìm số dãy ghế ban đầu của khán đài.

Bài 27: Một nhóm học sinh của lớp được giao nhiệm vụ trồng 12 cây tùng . Nhưng khi thực hiện có 2 em được đi làm việc khác nên để hoàn thành kế hoạch mỗi học sinh còn lại phài trồng thêm một cây. Tính số học sinh lúc ban đầu của nhóm? Biết số cây tùng mỗi học sinh trồng đều bằng nhau.

Bài 28: Lớp 9A dự định trồng 420 cây xanh. Đến ngày thực hiện có 7 bạn không tham gia do được triệu tập học bồi dưỡg đội tuyền học sinh giỏi của nhà trường nên mỗi bạn còn lại phài trồng thêm 3 cây mới đàm bảo kế hoạch đặt ra. Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh.

Bài 29: Một người gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng trong thời hạn một năm lãnh lãi cuối kỳ. Vậy đến hết năm thứ hai người đó mới đến ngân hàng rút tiền cả vốn lẫn lãi là 231125000 đồng. Biết sau 1 năm tiền lãi tự nhập thêm vào vốn và lãi suất không thay đổi. Hỏi lăi suất của ngân hàng đó là bao nhiêu % một năm.

Bài 30: Từ một tấm tôn hình vuông, người ta cắt bỏ bốn hình vuông có độ dài cạnh ở bốn góc, sau đó gập thành một chiếc thùng có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp và có thể tích là . Tính độ dài cạnh của tấm tôn hình vuông ban đầu.

Bài 31: Người ta đổ thêm 20 gam nước vào một dung dịch chứa 4 gam muối thì nồng độ của dung dịch giàm đi . Hỏi trước khi đồ thêm nước thì dung dịch chứa bao nhiêu gam nước.

Bài 32: Nếu đổ thêm nước vào một dung dịch chứa muối thì nồng độ dung dịch sẽ giàm . Tính nồng độ dung dịch lúc đầu.

Bài 33: Hai dung dịch muối có tổng khối lượng bằng . Lượng muối trong dung dịch là , lượng muối trong dung dịch II là . Biết nồng độ muối trong dung dịch nhiều hơn nồng độ muối trong dung dịch II là 3%. Tính khối lượng mỗi dung dịch nói trên.