**§3. BIỂU DIỄN SỐ LIỆU GHÉP NHÓM**

**I. BẢNG TȦN SÓ GHÉP NHÓM CAN NHỚ**

**认 Kiến thức cần nhớ**

* Số lượng các giá trị của mẫu số liệu thuộc vào một nhóm được gọi là tần số của nhóm đó.
* Bảng tần số ghép nhóm biểu diễn tần số của các nhóm số liệu. Bảng gồm hai dòng (hoă̆c hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các nhóm số liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương ứng với mỗi nhóm đó.
* Kí hiệu $[a;b$ ) là nhóm chứa các giá trị $X$ của mẫu số liệu thoả mãn $a\leq X<b$.
* Hiệu b-a được gọi là độ rộng cuia nhóm $[a;b)$, giá trị $\frac{a+b}{2}$ được gọi là giá trị đại diện của nhóm.

Ví dụ 1: Công ty điện lực thống kê lượng điện tiêu thụ (đơn vị: kWh) của một số hộ gia đình trong một khu vực trong tháng. Dữ liệu được ghi lại như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 150 | 120 | 180 | 200 | 130 | 100 | 160 | 190 | 219 | 210 |
| 170 | 140 | 110 | 130 | 160 | 180 | 150 | 200 | 210 | 190 |

Lập bảng tần số ghép nhóm theo các khoảng lượng điện tiêu thụ sau: $[100;130),[130$; 160 ), [160; 190), [190; 220).

**Huớng dẫn giải:**

Bảng tần số ghép nhóm cho lượng điện tiêu thụ của hộ gia đình (đơn vị: $kWh$ )

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Khoảng lượng điện | $$[100;130)$$ | $$[130;160)$$ | $$[160;190)$$ | $$[190;220)$$ |
| Tần số | 3 | 5 | 5 | 7 |

**Chú ý:**

* Trong ví dụ trên, các nhóm dữ liệu đều có độ rộng là $30kWh$.
* Các nhóm số liệu phải chứa tất cả các giá trị của mẫu số liệu.
* Các nhóm số liệu thường được chọn sao cho có độ rộng bằng nhau, thuận tiện cho việc tính toán và phù hợp với mục đích của việc thống kê.
* Trong chương này, ta luôn sử dụng các nhóm có độ rộng bằng nhau.

**II. BẢNG TÂN SOO TƯƠNG ĐƠI GHÉP NHÓM**

$⋄$ **Kiến thức cần nhớ**

* Tần số tuoong đối cuua một nhóm được tính theo công thức $f=\frac{m}{N}⋅100\%$ trong đó $m$ là tần số của nhóm và $N$ là cỡ mẫu.
* Bảng ghi lại tần số tương đối của các nhóm số liệu được gọi là bảng tần số tương đối ghép nhóm.

Bảng tần số tương đối ghép nhóm gồm hai dòng (hoặc hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các nhóm số liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương đối tương ứng với mỗi nhóm đó.

Vi du 2: Bạn Minh ghi lại thời gian học mỗi ngày (đơn vị: giờ) trong suốt 20 ngày như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2,3 | 3,2 | 1,5 | 2,8 | 1,2 | 2,6 | 4,7 | 3,1 | 4,3 | 2,9 |
| 3,7 | 2,3 | 3,5 | 4,9 | 0,4 | 0,6 | 1,5 | 4,6 | 1,7 | 3,4 |

Hãy chia bảng số liệu thành 5 nhóm, lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu về thời gian học của bạn Minh.

**Huớng dẫn giải:**

Bàng tần số ghép nhóm.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (X) (giờ) | $$[0;1)$$ | $$[1;2)$$ | $$[2;3)$$ | $$[3;4)$$ | $$[4;5)$$ |
| Tần số | 2 | 4 | 5 | 5 | 4 |

Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (X) (giờ) | $$[0;1)$$ | $$[1;2)$$ | $$[2;3)$$ | $$[3;4)$$ | $$[4;5)$$ |
| Tần số tương đối | $$10\%$$ | $$20\%$$ | $$25\%$$ | $$25\%$$ | $$20\%$$ |

Chú ý: Tương tự như bảng tần số - tần số tương đối, ta có thể ghép được bảng tần số ghép nhóm - tần số tương đối ghép nhóm như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thòi gian (X) (giờ) | $$[0;1)$$ | $$[1;2)$$ | $$[2;3)$$ | $$[3;4)$$ | $$[4;5)$$ |
| Tần số | 2 | 4 | 5 | 5 | 4 |
| Tần số tương đối | $$10\%$$ | $$20\%$$ | $$25\%$$ | $$25\%$$ | $$20\%$$ |

**III. BIÉU ĐOU TẦN SÓ TƯƠNG ĐƠI GHÉP NHÓM**

Biều đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột gồm các cột kề nhau, mỗi cột tương ứng với một nhóm. Cột biểu diễn nhóm $[a;b$ ) có đầu mút trái là $a$, đầu mút phải là b và có chiều cao tương ứng với tần số tương đối của nhóm.

Vi dụ 3: Nam thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình đi bộ mỗi ngày trong tháng 10 ờ bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Quãng đường $(X)(km)$ | $$[4;5)$$ | $$[5;6)$$ | $$[6;7)$$ | $$[7;8)$$ | $$[8;9)$$ |
| Tần số (số ngày) | 5 | 12 | 8 | 3 | 2 |

Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột biểu diễn mẫu số liệu trên.

Huớng dẫn giải:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Quãng đường $(X)(km)$ | $$[4;5)$$ | $$[5;6)$$ | $$[6;7)$$ | $$[7;8)$$ | $$[8;9)$$ |
| Tần số tương đối | $$17\%$$ | $$40\%$$ | $$27\%$$ | $$10\%$$ | $$6\%$$ |



$⋄$ Chú $y$ : Trong biểu đồ trên, nếu ta nối trung điểm các cạnh phía trên của các cột kề nhau bời một đoạn thẳng thì nhận được một đường gấp khúc như hình dưới đây



Biểu đồ trên được gọi là biểu đồ tần số turơng đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng.

$⋄$ **Kiến thức cần nhớ**

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng là đường gấp khúc đi từ trái qua phải, nối các điểm trên mặt phẳng, mỗi điểm có hoành độ là giá trị đại diện của nhóm số liệu và có tung độ tương ứng với tần số tương đối của nhóm số liệu đó.

Vi dụ 4: Bảng sau thống kê cân nặng (đơn vị: kilogram) của các học sinh lớp 9A trong một trường trung học cơ sở.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Cân nă̆ng $(X)(kg)$ | $$[40;45)$$ | $$[45;50)$$ | $$[50;55)$$ | $$[55;60)$$ | $$[60;65)$$ |
| Tần số tương đối | $$15\%$$ | $$25\%$$ | $$20\%$$ | $$30\%$$ | $$10\%$$ |

Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu trên.

**Huớng dẫ giải:**

Giá trị đại diện của các nhóm dữ liệu lần lượt là 42,$5;47,5;52,5;57,5;62,5$.

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu đã cho:



○ Chú ý: Tương tự như biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm, người ta cũng sử dụng biểu đồ tần số ghép nhóm dạng cột để biểu diễn trực quan cho bảng tần số ghép nhóm, trong đó chiều cao của cột có đầu mút trái là $a$ và đầu mút phải là $b$ trên trục hoành tương ứng với tần số cùa nhóm $[a;b$ ).

**BÀI TẬP COO BẢN**

Bài 1: Sau một khoá tập huấn, học viên được xếp loại $A,B,C,D$ theo điểm kiểm tra mà mỗi người đạt được như sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Điểm kiểm tra $(X)$ | $$0\leq X<2,5$$ | $$2,5\leq X<5$$ | $$5\leq X<7,5$$ | $$7,5\leq X<10$$ |
| Xếp loại | $$D$$ | $$C$$ | $$B$$ | $$A$$ |

Điểm kiểm tra của các học viên được ghi lại ở bảng sau đây:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 6,5 | 1,4 | 3,5 | 6,8 | 9,2 | 7,6 | 7,8 | 9,3 | 5,6 | 9,5 |
| 8,3 | 8,2 | 6,3 | 9,1 | 7,2 | 4,7 | 7 | 7,4 | 9,1 | 9,9 |
| 8,5 | 7,5 | 6,7 | 1,7 | 9 | 8,7 | 7,2 | 3,2 | 8,1 | 6,4 |

1. Hãy chi ra các giá trị thuộc nhóm $[0;2,5)$ và tần số của nhóm này.
2. Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu.

Bài 2: Bảng sau ghi lại thời gian một bác sĩ khám cho một số bệnh nhân (đơn vị: phút):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 9,1 | 7,7 | 9,4 | 9,1 | 6,7 | 5,9 | 6,9 | 6,0 | 6,9 | 8,7 |
| 11,7 | 5,8 | 5,4 | 6,4 | 6,5 | 12,3 | 7,4 | 10,0 | 11,8 | 5,3 |

1. Hãy chia số liệu thành 5 nhóm, với nhóm thứ nhất là các bệnh nhân có thời gian khám từ 5 phút đến dưới 6,5 phút và lập bảng tần số ghép nhóm.
2. Xác định nhóm có tần số cao nhất và nhóm có tần số thấp nhất.

Bài 3: Bảng sau ghi lại thời gian một nhóm sinh viên làm một bài kiềm tra trắc nghiệm (đơn vị: phút):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 8,2 | 9,5 | 7,8 | 10,1 | 6,5 | 7,3 | 9,7 | 8,9 | 10,5 | 7,2 |
| 6,8 | 8,4 | 9,6 | 8,7 | 6,9 | 11,2 | 7,5 | 9,3 | 11,5 | 6,4 |

1. Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là các sinh viên có thời gian làm bài từ 6 phút đến dưới 7,5 phút và lập bảng tần số ghép nhóm.
2. Xác định nhóm có tần số cao nhất và nhóm có tần số thấp nhất.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm | $$[5;10)$$ | $$[10;15)$$ | $$[15;20)$$ | $$[20;25)$$ | $$[25;30)$$ | Tổng cộng |
| Tần số | 3 | 8 | 12 | 10 | 7 | $$ N=40$$ |

Lập bàng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Bài 4: Đo chiều cao (đơn vị là $cm$ ) của học sinh lớp $9/1$ cho kết quà như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 156 | 157 | 161 | 158 | 166 | 160 | 162 | 157 | 163 | 160 |
| 163 | 164 | 158 | 159 | 166 | 162 | 161 | 165 | 163 | 163 |
| 162 | 159 | 165 | 163 | 162 | 161 | 155 | 159 | 158 | 164 |
| 165 | 162 | 161 | 160 | 154 | 162 | 161 | 162 | 166 | 160 |

Lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu này với các nhóm [155; 158), [158; 161), [161; 164), [164; 167).

Bài 5: Cô Thy ghi lại thời gian truy cập Internet của mình mỗi ngày (đơn vị: giờ) trong vòng 1 tháng như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1,2 | 3,2 | 2,4 | 2,7 | 0,5 | 2,6 | 4,8 | 2,4 | 4,2 | 2,4 |
| 3,7 | 2,3 | 3,5 | 4,9 | 0,4 | 0,6 | 1,5 | 4,6 | 1,7 | 3,4 |
| 3,9 | 2,1 | 3,4 | 2,7 | 1,5 | 1,8 | 2,9 | 3,5 | 3,9 | 1,6 |

Cô Thy đánh giá mức độ sử dụng Internet mỗi ngày của mình theo bảng tiêu chí sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (X)(giờ) | $$[0;1)$$ | $$[1;2)$$ | $$[2;3)$$ | $$[3;4)$$ | $$[4;5)$$ |
| Mức độ | Rất ít | Ít | Bình thường | Nhiều | Rất nhiều |

Hãy lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dư liệu về thời gian truy cập Internet của cô Thy.

Bài 6: Cô Loan ghi lại chiều cao (đơn vị: $cm$ ) của các cây bạch đàn giống vừa được chuyển đến nông trường ở bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 21,2 | 19,8 | 28,6 | 18 | 29,8 | 27,2 | 18,1 | 28,4 | 18,8 | 23,8 |
| 16 | 19 | 29,6 | 18,3 | 21,8 | 20,6 | 25 | 27,1 | 23,3 | 19,5 |
| 23,2 | 17 | 17,8 | 15,9 | 16,8 | 18,4 | 21,9 | 24,3 | 27,3 | 21 |
| 29,2 | 23,5 | 29,6 | 22,2 | 24,4 | 15,4 | 23,8 | 16,4 | 17,2 | 23,5 |

Hãy chia dữ liệu trên thành 5 nhóm, với nhóm đầu tiên gồm các cây có chiều cao từ $15 cm$ đến dưới $18 cm$ và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm tương ứng.

Bài 7: Bác Kha thống kê chiều cao của một số cây gỗ mường đen 15 năm tuổi ờ một lâm trường vào bảng dưới đây (đơn vị: mét). Do sơ xuất nên bác Kha ghi thiếu một số số liệu. Hãy giúp bác Kha hoàn thành bảng thống kê.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Chiều cao $(X)(m)$ | $$[9;11)$$ | $$?$$ | $$[?;15)$$ |
| Tần số | $$?$$ | 48 | 16 |
| Tần số tương đối | $$?$$ | $$30\%$$ | $$?$$ |

aai 8: Bác Hài đang thực hiện thống kê về số điểm trung bình môn Toán ở học kì I của học sinh lớp 9 của một trường trung học cơ sở. Do sơ xuất nên bác Hải ghi thiếu một số số liệu. Hãy giúp bác Hải hoàn thành bảng thống kê.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Số điểm $(X)$ | $$[4;6)$$ | $$?$$ | $$[?;10)$$ |
| Tần số | 20 | $$?$$ | $$?$$ |
| Tần số tương đối | $$10\%$$ | $$?$$ | $$25\%$$ |

Bà truờng.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Chiều cao $(X)(m)$ | $$[8,5;8,7)$$ | $$[8,7;8,9)$$ | $$[8,9;9,1)$$ | $$[9,1;9,3)$$ | $$[9,3;9,5)$$ |
| Tần số tương đối | $$15\%$$ | $$25\%$$ | $$25\%$$ | $$20\%$$ | $$15\%$$ |

Hãy vẽ biều đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu trên.

Bài 10: Một thư viện thống kê̂ số lượng người đến đọc sách mỗi ngày trong 100 ngày liên tiếp. Sau khi ghép nhóm mẫu số liệu thu được, người ta nhận được bảng tần số tương đối ghép nhóm như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm | $$[0;20)$$ | $$[20;40)$$ | $$[40;60)$$ | $$[60;80)$$ | $$[80;100)$$ |
| Tần số tương đối | $$10\%$$ | $$15\%$$ | $$30\%$$ | $$35\%$$ | $$10\%$$ |

Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu ghép nhóm nêu trên.

Bài 11: Một trung tâm nghệ thuật ghi chép số lần mỗi học viên tham gia lớp học vẽ trong khoảng thời gian 60 ngày liên tiếp. Sau khi ghép nhóm mẫu số liệu thu được, người ta nhận được bảng tần số tương đối ghép nhóm như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nhóm | $$[0;15)$$ | $$[15;30)$$ | $$[30;45)$$ | $$[45;60)$$ | $$[60;75)$$ |
| Tần số tương đối | $$10\%$$ | $$25\%$$ | $$30\%$$ | $$20\%$$ | $$15\%$$ |

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm nêu trên.

Bài 12: Khố lượng (đơn vị: gam) của 30 quả cà chua thu hoạch được từ khu vườn cua gia đình An là:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 90 | 73 | 88 | 93 | 101 | 104 | 111 | 95 | 78 | 95 |
| 81 | 97 | 96 | 92 | 95 | 83 | 90 | 101 | 103 | 117 |
| 109 | 110 | 112 | 87 | 75 | 90 | 82 | 97 | 86 | 96 |

Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau: $[70;80),[80;90),[90;100),[100;110)$, $[110;120$.

1. Tìm tần số của mỗi nhóm đó.
2. Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Bài 13: Biểu đồ dưới đây biểu diễn kết quà khȧo sát thành tích chạy $100 m$ của một số học sinh:

1. Có bao nhiêu học sinh chạy $100 m$ hết ít hơn 13 giây?
2. Có tồng số bao nhiêu học sinh

Tần số của số học sinh theo thờ gian chạy tham gia khȧo sát?



Bài 14: Cho bàng tần số tương đối ghép nhóm sau về tuổi thọ của một loại bóng đèn (đơn vị: năm):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tuổi thọ $(X)$(năm) | $$[1;1,5)$$ | $$[1,5;2)$$ | $$[2;2,5)$$ | $$[2,5;3)$$ | $$[3;3,5)$$ |
| Tần số tương đối | $$15\%$$ | $$30\%$$ | $$20\%$$ | $$25\%$$ | $$10\%$$ |

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng thống kê trên.

Bài 15: Biểu đồ cột bên mô tả tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của 200 chiếc bóng đèn dây tóc trong một lô sản xuất.

1. Hãy lập bảng tần số mô tả dữ liệu ở biểu đồ bên.
2. Một bóng đèn được cho là thuộc loại $I$ nếu có tuổi thọ từ 1500 giờ trở lên. Hỏi có bao nhiêu bóng đèn thuộc loại I trong số các bóng đèn được thống kê?
3. Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn dữ liệu



Bài 16: Bảng tần số ghép nhóm sau biểu diễn kết quả khảo sát cân nặng (đơn vị: kg) của một số trẻ sơ sinh ở một bệnh viện $A$.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Cân nặng (X)(kg) | $$[2,9;3,1)$$ | $$[3,1;3,3)$$ | $$[3,3;3,5)$$ | $$[3,5;3,7)$$ | $$[3,7;3,9)$$ |
| Số trẻ sơ sinh | 6 | 14 | 10 | 6 | 4 |

1. Hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.
2. Hãy vẽ các biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu trên.

Bài 17: Hai bạn Tâm và Đức thống kê lại chỉ số chất lượng không khí (AQI) nơi mình ở tại thời điểm 12:00 mỗi ngày trong tháng $11/2023$ ở bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Chỉ số (X) | $$[50;100)$$ | $$[100;150)$$ | $$[150;200)$$ | $$[200;250)$$ | 150 |
| Tai nơi ởcủa Tâm | 12 | 8 | 6 | 4 |  |
| Tại noii ởcua Đức | 16 | 6 | 5 | 3 | Chi sô Chất lững Không khí AQr |

1. Hãy vẽ trên cùng một hệ trục hai biểu đồ dạng đoạn thẳng biểu diễn tần số tương đối cho bàng chỉ số chất lượng không khí tại nơi ở của bạn Tâm và tại nơi ớ của bạn Đức.
2. Chi số $AQI$ từ 150 trờ lên được coi là không lành mạnh. Dựa vào biểu đồ tần số tương đối trên, hãy so sánh tì lệ số ngày chất lượng không khí được coi là không lành mạnh ở mỗi khu vực.

Bài 18: Bàng tần số ghép nhóm sau biểu diễn kết quả khảo sát chiều cao (đơn vị: $cm$ ) của một nhóm học sinh trong một trường trung học.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Chiều cao $(X)(cm)$ | $$[150;155)$$ | $$[155;160)$$ | $$[160;165)$$ | $$[165;170)$$ | $$[170;175)$$ |
| Số học sinh | 5 | 12 | 8 | 3 | 2 |

1. Hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.
2. Hãy vẽ các biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu trên.

**BÀI TÂP CƠ BẢN**

Bài 19: Chi số chất lượng không khí $(AQI)$ cho biết tình trạng chất lượng không khí và mức độ ảnh hưởng đến sức khoẻ con người. Chất lượng không khí là Tốt nếu $AQI$ từ 0 đến dưới 50 ; là Trung bìhh nếu $AQI$ từ 50 đến dưới 100 ; là Kém nếu $AQI$ từ 100 đến dưới 150; là Xấu nếu AQI từ 150 đến dưới 200. Chất lượng không khí tại Hà Nội từ ngày 4-22023 đến 5-3-2023 được cho như sau:

Trung binh, Trung bìh, Trung binh, Trung bìh, Trung binh,Trung binh, Trung bình, Trung binh, Kém, Kém, Kém, Kém, Xấu, Xấu, Kém, Xấu, Xấu, Xấu, Kém, Kém, Kém, Kém, Kém, Xá́u, Kém, Xấu, Xấu, Xấu, Xấu, Xấu.

Lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm theo chỉ số $AQI$ cho dãy dữ liệu trên.

Bài 20: Chỉ số phát triển con người (HDI) là chỉ tiêu tổng hợp phản ánh các mặt thu nhập, sức khoẻ, giáo dục của người dân trong một quốc gia. Các nưởc và vùng lãnh thổ trên thế giới được chia thành bốn nhóm theo HDI: Nhóm 1 (rất cao) có HDI từ 0,8 trở lên; Nhóm 2 (cao) có HDI từ 0,7 đến dưới 0,8 ; Nhóm 3 (trung bình) có HDI từ 0,55 đến dưới 0,7 ; Nhóm 4 (thấp) có HDI dưới 0,55 . Năm 2021, chỉ số HDI của 11 quốc gia Đông Nam Á như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0,939 | 0,829 | 0,803 | 0,8 | 0,705 | 0,703 | 0,699 | 0,607 | 0,607 | 0,593 | 0,585 |

Dựa vào dữ liệu trên, hãy hoàn thành bàng tần số ghép nhóm sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Chỉ số HDI | $$[0;0,55)$$ | $$[0,55;0,7)$$ | $$[0,7;0,8)$$ | $$[0,8;1,0)$$ |
| Tần số |  |  |  |  |

Bài 21: Chú Kính thu thập chiều cao của một số cây chà là giống 3 tháng tuổi cho bởi bảng sau (đơn vị: cm):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 45 | 36 | 38 | 30 | 38 | 33 | 34 | 41 | 31 | 40 |
| 43 | 42 | 44 | 36 | 37 | 39 | 33 | 34 | 37 | 35 |

1. Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, trong đó nhóm đầu tiên là chiều cao từ $30 cm$ đến dưới $34 cm$; lập bảng tần số và tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.
2. Hãy vẽ các biểu đồ tần số tương đối ghép nhơm dạng cột cho bảng sau về chiều cao của một số cầy chà là giống 3 tháng tuổi.

Bài 22: Cho bàng tần số ghép nhóm sau về thời gian gọi (phút) của một số cuộc điện thoại (đơn vị: phút):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (X)(phút) | $$[0,5;2,5)$$ | $$[2,5;4,5)$$ | $$[4,5;6,5)$$ | $$[6,5;8,5)$$ | $$[8,5;10,5)$$ |
| Tần số | 10 | 20 | 10 | 5 | 5 |

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng thống kê trên.

Bài 23: Một cuộc điều tra về thời gian dùng mạng Internet trong ngày của học sinh lớp 9 tại một thành phố cho kết quả như sau:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (X)(giờ) | $$[0;0,5)$$ | $$[0,5;1,0)$$ | $$[1,0;1,5)$$ | $$[1,5;2,0)$$ | $$[2,0;2,5)$$ |
| Tần số tương đối | $$18\%$$ | $$30\%$$ | $$25\%$$ | $$15\%$$ | $$12\%$$ |

1. Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng cho bảng thống kê trên.
2. Để thu được bảng thống kê trên, người ta đã lập phiếu điều tra và thu về tổng cộng 1500 phiếu trả lời. Lập bảng tần số ghép nhóm cho kết quả thu được.

Bài 24: Ghi lại cấp độ động đất của các trận động đất xảy ra tại một vùng trong 10 năm ngườ ta thu được kết quá sau:

$$ I, V, II, III, VI, V, IV, II, III, V, VI, VII, VIII, I, I, II, VI, VII, IV. $$

Biết rằng theo thang Richter thì trận động đất cấp $I$ có độ lớn từ 1 đến dưới 3 ; cấp II và III có độ lớn từ 3 đến dưới 4 ; cấp $IV$ và $V$ có độ lớn từ 4 đến dưới 5 ; cấp VI và VII có độ lớn từ 5 đến dưới 6 ; cấp VIII có độ lớn từ 6 đến dưới 6,9.

Lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm cho độ lớn các trận động đất xảy ra ở vùng này theo thang Richter.

1. Kêt quả đo tốc độ của 25 xe ô tô (đơn vị: $km/h$ ) khi đi qua một trạm quan sát được ghi lại ở bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 62 | 54,2 | 53,3 | 45,3 | 48,2 | 46,3 | 57,4 | 62,6 | 61,4 | 49,4 | 40,9 | 45,5 | 60 |
| 49,8 | 54,3 | 58,9 | 53 | 53 | 48,6 | 55 | 48,4 | 47,8 | 41,2 | 42,8 | 48,8 |  |

1. Hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng số liệu trên, trong đó nhóm đầu tiên là các xe có tốc độ từ $40 km/h$ đến dưới $45 km/h$.
2. Hãy xác định nhóm có tần số tương đối cao nhất và nhóm có tần số tương đối thấp nhất.

Bài 26: Thời gian hoàn thành một bài kiểm tra trực tuyến của một số học sinh được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Thòi gian $(X)$ (phút) | $$[10;12)$$ | $$?$$ | $$[14;16)$$ |
| Tần số | 25 | $$?$$ | 5 |
| Tần số tương đối | $$?$$ | $$?$$ | $$12,5\%$$ |

1. Hãy xác định số học sinh tham gia kiểm tra.
2. Hoàn thành bảng trên vào vở.

Bài 27: Biều đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến 35 tuồi.

1. Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị?
2. Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.
3. Một người cho rằng có trên $50\%$ số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi. Nhận

Tằn số tương đối (%) Tỉ lệ đại biểu theo độ tuổi định đó đúng hay sai? Tại sao?



Bài 28: Thời gian sử dụng điện thoại di động (đơn vị: giờ) của một nhóm người được ghi lại như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2,3 | 1,8 | 3,5 | 2,1 | 4,2 | 1,5 | 3,8 | 2,5 | 4,0 | 3,2 |
| 1,9 | 2,8 | 3,2 | 1,7 | 4,5 | 2,0 | 3,6 | 2,7 | 4,1 | 2,4 |

1. Chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 1 đến dưới 2 giờ. Lập bàng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.
2. Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng mô tả bảng tần số tương đối ghép nhóm.

Bài 29: Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vi: phút) của các bạn học sinh lớp $9/3$ của một trường trung học cơ sở được ghi lại ở bảng sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 7,4 | 19,6 | 5,6 | 18,3 | 10,3 | 15,1 | 19,5 | 14,1 | 7,8 | 19,7 |
| 15,1 | 11,1 | 16,6 | 11,6 | 7,2 | 18 | 11,6 | 6,2 | 6,2 | 16,7 |
| 7,8 | 18,2 | 17,7 | 7,7 | 11,4 | 7,7 | 5,5 | 18,2 | 9,5 | 19,8 |
| 19 | 5,2 | 13,2 | 14,7 | 14,1 | 13,9 | 10,4 | 7,2 | 12,5 | 13,9 |

1. Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 5 phút đến dưới 9 phút và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.
2. Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột và dạng đoạn thẳng mô tả bảng tần số tương đối ghép nhóm.

Bài 30: Một cửa hàng thực phẩm ghi lại doanh số bán hàng trong một số ngày như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 120 | 145 | 132 | 155 | 123 | 135 | 142 | 130 | 148 | 160 |
| 112 | 125 | 138 | 142 | 148 | 130 | 135 | 128 | 155 | 150 |

1. Lập bảng tần số - tần số tương đối ghép nhóm với các nhóm ghép $[110;120),[120;130)$, $[130;140),[140;150),[150;160)$.
2. Dựa vào bảng lập được, hãy đưa ra nhận xét về doanh số bán hàng hàng ngày của cửa hàng.

Bài 31: Trong 1 giờ, cửa hàng xăng dầu ghi lại số lít xăng mà mỗi khách hàng mua.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 7 | 8 | 10 | 10 | 10 |
| 12 | 12 | 15 | 15 | 16 | 17 | 17 | 18 | 18 | 19 |
| 19 | 20 | 22 | 22 | 23 | 25 | 28 | 30 | 34 | 34 |
| 35 | 38 | 38 | 39 | 39 | 7 | 12 | 8 | 15 | 20 |

1. Lập bảng tần số ghép nhóm gồm 4 nhóm $[0;10),[10;20),[20;30),[30;40)$.
2. Dựa vào bảng đã lập, hãy nói rõ:
* Bao nhiêu khách hàng mua dưới 10 lít xăng?
* Nhóm khách hàng đông nhất là nhóm mua bao nhiêu lít xăng?

Bài 32: Bảng dưới đây ghi lại kết quả điều tra do một ngân hàng thực hiện về thời gian (tính theo phút) mà khách hàng phải chờ để được phục vụ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | 4 | 4 | 5 | 5 | 7 | 8 | 8 | 9 | 10 |
| 10 | 12 | 13 | 14 | 15 | 15 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 18 | 18 | 19 | 19 | 21 | 22 | 22 | 24 | 24 | 24 |
| 24 | 25 | 28 | 28 | 30 | 32 | 32 | 34 | 34 | 34 |

1. Lập bảng tần số - tần số tương đối ghép nhóm với các nhóm ghép $[0;5),[5;10),[10;15)$, $[15;20),[20;25),[25;30),[30;35)$.
2. Dựa vào kết quả của câu trên, hãy cho biết trong 40 người được khảo sát:
* Bao nhiêu người phải chờ dưới 15 phút?
* Số người phải chờ từ 20 đến dưới 35 phút chiếm bao nhiêu phần trăm?

Bài 33: Bảng dưới đây ghi lại số tiền lương (triệu đồng) của một nhóm nhân viên trong một công ty:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5 | 6 | 6 | 7 | 8 | 8 | 9 | 10 | 10 | 12 |
| 12 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 18 | 20 | 22 | 25 |
| 25 | 26 | 28 | 30 | 32 | 35 | 38 | 40 | 42 | 45 |
| 50 | 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | 99 |

1. Lập bảng tần số - tần số tương đối ghép nhóm với các nhóm ghép $[0;20),[20;40),[40$; 60 ), $[60;80),[80;100)$.
2. Dựa vào kết quả của câu trên, hãy cho biết trong 60 nhân viên được khảo sát:
* Bao nhiêu nhân viên có mức lương dưới 40 triệu đồng?
* Số nhân viên có mức lương từ 60 đến 80 triệu đồng chiếm bao nhiêu phần trăm?

Bài 34: Giáo viên ghi lại thời gian chạy cự li 100 mét của các học sinh lớp 9A cho kết quả như sau (đơn vị: giây)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 16 | 17 | 16 | 13 | 15 | 17 | 16 | 20 | 15 | 17 | 16 | 18 | 14 |
| 18 | 15 | 18 | 15 | 14 | 16 | 18 | 15 | 13 | 16 | 15 | 17 |  |

1. Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, trong đó nhóm đầu tiên là thời gian từ 13 phút đến đưới 15 phút; lập bảng tần số và tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.
2. Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu trên.

Bài 35: Người ta trồng cà rốt và thử nghiệm một loại phân bón mới. Khi thu hoạch người ta đo chiều dài các củ cà rốt thu được kết quả sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Chiều dài $(X)$$$(cm)$$ | $$[15;16)$$ | $$[16;17)$$ | $$[17;18)$$ | $$[18;19)$$ | $$[19;20)$$ | $$[20;21)$$ |
| Tần số | 10 | 15 | 25 | 28 | 12 | 10 |

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê trên.

Bài 36: Thời gian chờ mua vé xem bóng đá của một số cổ động viên được cho như sau:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (X)(phút) | $$[0;5)$$ | $$[5;10)$$ | $$[10;15)$$ | $$[15;20)$$ | $$[20;25)$$ | $$[25;30)$$ |
| Tần số | 15 | 40 | 50 | 25 | 20 | 10 |

1. Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.
2. Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng cho bảng thống kê thu được ở câu 1 ).

Bài 37: Bạn Bình ghi lại cự li nhày xa của các bạn trong câu lạc bộ thể thao ở bảng sau (đơn vị: mét):

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5,4 | 4,1 | 3,8 | 4,7 | 4,3 | 4,1 | 4,4 | 5,4 | 3,7 | 4,6 |
| 4,2 | 3,5 | 4,2 | 4,4 | 4,6 | 4,8 | 5,4 | 4,7 | 4,2 | 5,4 |
| 4,5 | 5,4 | 4,4 | 5,1 | 3,6 | 4,4 | 4,8 | 4,8 | 3,5 | 4,7 |
| 5,3 | 3,6 | 4,7 | 4,2 | 4,4 | 4,8 | 3,7 | 4,7 | 3,8 | 3,6 |

1. Để thu gọn bảng dữ liệu thì nên chọn bảng tần số không ghép nhóm hay bảng tần số ghép nhóm để biểu thị dữ liệu trên? Tại sao?
2. Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, trong đó nhóm đầu tiên là cự li từ $3,5 m$ đến dưới $4 m$; lập bảng tần sổ và tần số tương đối ghép nhóm.

Bài 38: Một nhóm học sinh đã tham gia một cuộc thi viết văn. Dưới đây là số từ trong bài viết của từng học sinh (đơn vị: từ):

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 430 | 300 | 380 | 420 | 400 | 430 | 370 | 410 |
| 410 | 320 | 380 | 400 | 420 | 430 | 420 | 410 |
| 430 | 400 | 350 | 420 | 440 | 360 | 380 | 420 |
| 390 | 440 | 380 | 370 | 300 | 380 | 430 | 430 |

1. Để thu gọn bảng dữ liệu, bạn nên chọn bảng tần số không ghép nhóm hay bảng tần số ghép nhóm để biểu thị dữ liệu trên? Tại sao?
2. Hãy chia số liệu thành 3 nhóm, trong đó nhóm đầu tiên là số từ từ 300 đến dưới 350 ; lập bảng tần số và tần số tương đối ghép nhóm.