**§3. GÓc Ở TÂM VÀ GÓC Nộı TIẾP**

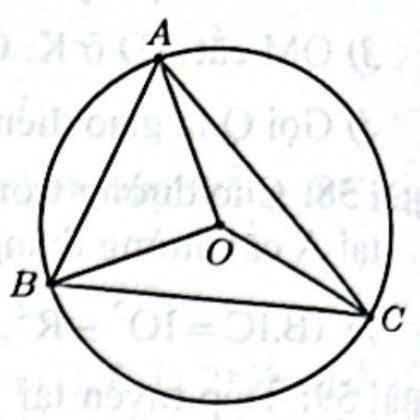
**I. GÓC Ơ TÂM**

Góc ở tâm: là góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn.

Vi dụ 1: Cho tam giác có ba đînh nằm trên đường tròn (O). Hãy chi ra các góc ở tâm của đường tròn.

**Huớng dẫ giải:**

Trong Hình, đường tròn có các góc ở tâm là .



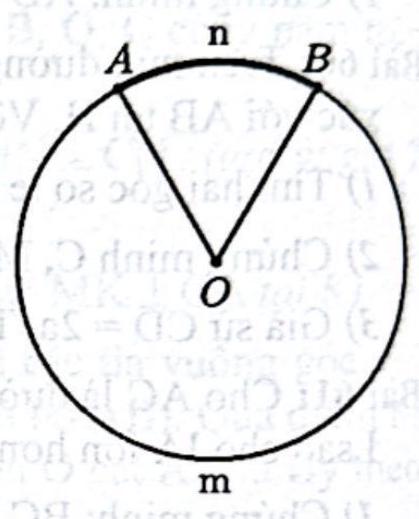
**II. CUNG, SO Đ० CUNG**

Mỗi phần đường tròn giới hạn bởi hai điểm trên đường tròn gọi là một cung , kí hiệu là .

a) Trong Hình trên, ta nói góc ở tâm chắn cung hay cung bị chắn bời góc ở tâm .

Khi , đề phân biệt hai cung có chung các mút là và là cung nhỏ và là cung lớn.

Khi là đường kính thì gọi cung là cung nửa đường tròn.



b) Khi nói "góc ở tâm chắn cung " thì ta hiểu là góc ở tâm chắn cung nhỏ .

c) Nếu là đường kính thì mỗi cung là một nưa đường tròn. Góc bẹt chắn nửa đường tròn.

Một cách tổng quát, ta có định nghĩa:

**Kiến thức cần nhớ**

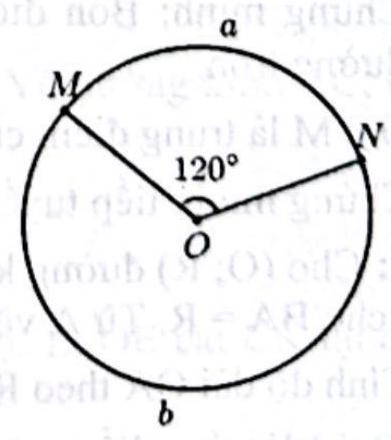
* Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó. Số đo của cung lớn bằng hiệu giữa và số đo của cung nhỏ có chung hai đầu mút với cung lớn.
* Số đo của cung nửa đường tròn bằng .
* Số đo của cung được kí hiệu là .

Ví dụ 2: Tính số đo các cung và trong hình bên.

Huớng dẫn giải:

Trong hình ta có: là góc ở tâm chắn cung

**Chú ý:**



a) Cung nhỏ có số đo nhỏ hơn , cung lớn có số đo lớn hơn . Cung nửa đường tròn có số đo .  
b) Khi hai mút của cung trùng nhau, ta có cung không với số đo và cung cả đường tròn có số đo .

c) Một cung có số đo thường được gọi tắt là cung .

d) Trong một đường tròn, hai cung được gọi là bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau.

**II. GÓC Nộı TIÉP**

Kiến thức cần nhớ

Góc nội tiếp là góc có đinhh nằm trên đường tròn và hai cạnh chứa hai dây cung của đường tròn đó. Cung nằm bên trong góc được gọi là cung bị chắn.

Vi du 3: Cho tam giác có ba đỉnh nằm trên đường tròn

. Hãy chỉ ra các góc nội tiếp của đường tròn và nó chắn cung nào?

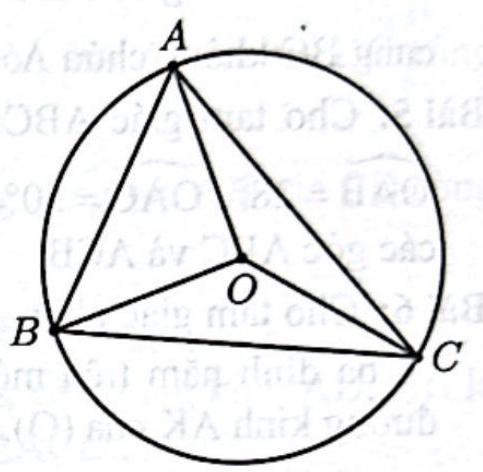
**Huớng dẫn giải:**

Trong Hình, đường tròn có:

là góc nội tiếp chắn .

là góc nội tiếp chắn .

là góc nội tiếp chắn .



**III. SO ĐO GÓC NỘ TIÉP**

Trong một đường tròn, số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn.

Chú ý: Trong một đường tròn:

* Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.
* Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.
* Góc nội tiếp nhỏ hơn hoặc bằng có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.
* Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.

Ví du 4: Trên đường tròn tâm đường kính lấy điểm sao cho . Hãy tính các góc của .

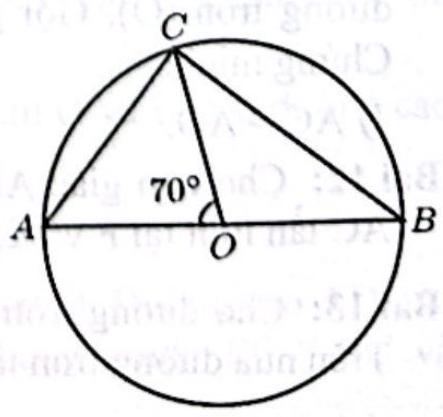
**Huớng dẫn giải:**

Xét , ta có: là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là đường kính )

Xét , ta có: là góc nội tiếp chắn

Ta có: (Tồng ba góc trong )

.



**BÀI TẬP CƠ BẢN**

Bài 1: Cho là dây cung không chứa tâm của đường tròn tâm . Vẽ dây vuông góc với . Chứng minh: và suy thẳng hàng.

Bài 2: Cho nửa đường tròn tâm đường kính , có bán kính vuông góc với . Điểm, thuộc cung . Tính .

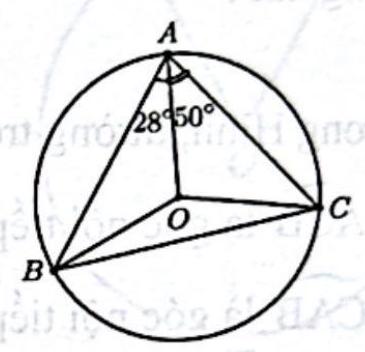
Bài 3: Cho điềm nằm trên đường tròn . Gọi là trung điểm của . Qua vẽ đường, thẳng vuông góc với , đường thẳng này cắt đường tròn tại hai điểm và .

1. Chứng minh: tam giác đều.
2. Tính số đo của các cung và .

Bài 4: Cho tam giác cân ở và có ba đỉh nằm trên một đường tròn. Lấy thuộc cung không chứa . Chứng minh: .

Bài 5: Cho tam giác nội tiếp đường tròn . Biết rằng như Hình bên. Hãy tính số đo của các góc và .

Bài 6: Cho tam giác nhọn có đường cao và có ba đình nằm trên một đường tròn và . Vẽ



đường kính cúa .

1. Chứng minh: tam giác vuông.
2. Chứng minh: .

Bài 7: Cho hai đường tròn tâm và ' cùng có bán kính bằng , cắt nhau tại và sao cho và ' nằm ở hai bên đường thẳng . Cát tuyến đi qua cắt và ( ) lần lượt tại . và nằm giữa và ). Tứ giác ' là hình gì? Chứng minh: .

Bài 8: Cho nội tiếp đường tròn và thuộc ). Vẽ đường tròn tâm đi qua sao cho hai điểm và nằm ở bên trong . Hai tia và cắt (I) lần lượt tại và F. Tính .

Bài 9: Cho là đường kính của đường tròn tâm , bán kính bằng . Vẽ hai dây cung và cắt nhau tại . Vẽ vuông góc với ờ . Chứng minh: đồng dạng với đồng dạng với .

Bài 10: Cho hai đường tròn tâm và ' cắt nhau ở và . Vẽ và lần lượt là hail đường kính của và . Chứng minh: thẳng hàng.

Bài 11: Cho hai đường tròn bằng nhau và cắt nhau tại . Đường vuông góc vơi kẻ qua cắt và lần lượt tại các điểm . Lấy trên cung nhỏ của đường tròn . Gọi giao điểm thứ hai của đường thă̆ng với đường tròn là . Chứng minh:

1. .
2. cân tại .

Bài 12: Cho tam giác nhọn có đường cao . Đường tròn đường kính cắt vì lần lượt tại và . Chứng minh và đồng quy.

Bài 13: Cho đường tròn tâm , đường kính . Trên lấy điềm sao cho . Trên nửa đường tròn tâm không chứa điềm , lấy điềm bất kì.

1. Chứng minh: tam giác vuông.
2. Tính .

Bài 14: Cho đường tròn tâm , đường kính . Trên (O) lấy điểm sao cho . Gọi là điểm chính giữa của cung nhỏ . Trên nửa đường tròn tâm không chứa điểm , lấy điểm bất kì.

1. Tính .
2. Tính .

Bài 15: Cho tam giác nḥ̣n có ba đỉnh nằm trên , có hai đường cao cắt nhau tại . cắt tại . Chứng minh:

1. .
2. .

Bài 16: Cho nửa đường tròn đường kính . Kẻ là tiếp tuyến tại của và lấy điểm thuộc nửa đường tròn. Gọi là giao điểm của tia và . Lấy điểm thuộc cung nhỏ của . Gọi là giao điểm của tia và . Chứng minh:

1. .
2. .

Bài 17: Cho và là hai dây song song của một đường tròn (tia và tia cùng chiều). Chứng minh: sđ . Tứ giác là hình gì?

Bài 18: Cho là đường kính của đường tròn . là dây song song với (tia cùng chiều với tia ). Chứng minh:

1. .
2. .

Bài 19: Vẽ đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác nhọn và vẽ đường kính . là đường cao của tam giác. Chứng minh: đồng dạng với .

Bài 20: Cho là dây cung của đường tròn tâm . Trên tia đối của tia lấy điểm . Bán kính vuông góc với thuộc cung lớn . cắt tại . Chứng minh:

1. .
2. [CE.CD](http://CE.CD) .

Bài 21: Cho tam giác nhọn có ba đỉnh nằm trên đường tròn tâm . Gọi là bán kính vuông góc với cạnh thuộc cung không chứa . Chứng minh: là tia phân giác của .

Bài 22: Lấy điểm thuộc nửa đường tròn đường kính . Vẽ tiếp tuyến tại của nửa đường tròn. Vẽ vuông góc với tiếp tuyến đó tại . So sánh và , chứng minh: .

Bài 23: Trên nửa đường tròn tâm , đường kính , có điểm di động. Tia phân giác cùa cắt tại .

1. Chứng minh: vuông góc
2. Tia cắt tia tại . Tam giác có gì đặc biệt? Chứng minh: khi di động thì chạy trên một đường cố định.

Bài 24: Cho tam giác nhọn có ba đỉnh nằm trên đường tròn tâm và có hai đường cao và lần lượt cắt ở và . Chứng minh:

1. .
2. OA vuông góc với IK.

Bài 25: Cho tam giác nhọn có ba đỉnh nằm trên đường tròn tâm . Đường cao của tam giác cắt ở . Vẽ đường kính của đường tròn. Chứng minh: và .

Bài 26: Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn tâm và có đường cao . Gọi là trực tâm của tam giác. Tia cắt ở E. Chứng minh:

1. .
2. Điểm và đối xứng nhau qua đường thẳng .

Bài 27: Cho đường tròn tâm có dây . Gọi là trung điểm của dây . Vẽ dây bất kỳ đi qua không trùng với . Chứng minh dây dài hơn dây .

Bài 28: Cho điểm bên trong đường tròn tâm . Cho hai dây cung và cùng đi qua sao cho là tia phân giác của . Vẽ vuông góc với ở vuông góc với ở .

1. Chứng minh: .
2. Chứng minh: và tứ giác là hình thang cân.
3. Chứng minh: vuông góc với .

**BÀI TÂP LUYỆN TẠP**

Bài 29: Cho là đường kính của đường tròn tâm bán kính . Vẽ hai dây cung và cắt nhau tại . Vẽ vuông góc với ở . Chứng minh:

1. và phát biểu kết quả tương tự.
2. [AE.AD](http://AE.AD) .

Bài 30: Cho tam giác cân ở và có ba đỉh nằm trên trong một đường tròn. Lấy thuộc cung không chứa cắt tại . Chứng minh: .

Bài 31: Trên nửa đường tròn tâm bán kính , đường kính , lấy điểm sao cho MO. Vẽ tiếp tuyến tại . Vẽ vuông góc với tiếp tuyến đó tại .

1. Chứng minh .
2. Tính và theo .

Bài 32: Tam giác nhọn có đường cao và có ba đỉnh nằm trên trong đường tròn bán kính . là đường kính của đường tròn. Chứng minh:

1. .
2. .

Bài 33: Cho điểm thuộc đường tròn tâm . Trên tiếp tuyến của tại , lấy điểm khác . Đoạn thẳng cắt tại . Vẽ vuông góc với tại . Chứng minh: cân và là đường phân giác của tam giác .

Bài 34: Hai tiếp tuyến tại và của cắt nhau tại . cắt ở và cung nhỏ ơ . Chứng minh:

1. sđ và là tâm đường tròn nội tiếp .
2. IA.BC (Gợi ý: Hệ quả định lí Thalès về tính chất đường phân giác trong

Bài 35: Cho tam giác tù tại đỉnh và có đường cao . Tia cắt đường tròn tại . Tia cắt đường tròn tại . Chứng minh:

1. .
2. là tia phân giác của .

Bài 36: Cho đường tròn tâm , đường kính . Gọi là trung điểm của đoạn thẳng , qua kẻ dây cung vuông góc với . Gọi là điểm tùy ý trên cung nhỏ ( không trùng với và ), là giao điểm của và .

1. Chứng minh: đều và tính .
2. Chứng minh: và .
3. Trên đoạn lấy điểm sao cho . Chứng minh: và .

Bài 37: Cho tam giác có là tâm đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của tam giác . Gọi là tâm của đường tròn (BIC). Chứng minh: và .

Bài 38: Cho điềm thuộc đường tròn tâm đường kính . Vẽ tiếp tuyến của đường tròn tâm tại (sao cho ).

1. Chứng minh: .
2. Lấy thuộc cung lớn . Chứng minh: .

Bài 39: Cho là dây cung của đường tròn tâm . Vẽ tiếp tuyến của đường tròn tâm tại sao cho . Gọi là hình chiếu của lên .

1. Chứng minh: .
2. Lấy điềm thuộc cung lớn . Chứng minh: .

Bài 40: Cho tam giác có ba đỉnh nằm trên đường tròn tâm . Tia phân giác của cắt ở , cắt ở . Chứng minh: .

Bài 41: Cho tam giác có . Đường trung trực của đoạn cắt tia phân giác của tại . Chứng minh điểm thuộc đường tròn . (Huớng dân: tia phân giác của cắt đường tròn tại . Chứng minh: cách đều hai điểm và trùng với C).

Bài 42: Cho tam giác có ba đỉnh nằm trên trong đường tròn tâm . Tia phân giác của cắt tại . Tia phân giác của cắt tại .

1. Chứng minh: .
2. là góc ngoài của tam giác nào? Chứng minh: cân ở .

Bài 43: Cho tam giác có ba đỉnh nằm trên trong đường tròn tâm . Trên cung không chứa , lấy điểm chính giữa . Trên đoạn thẳng lấy điểm sao cho . Chứng minh:

1. .
2. . Điểm I là gì của .

Bài 44: Hai đường tròn tâm và cắt nhau ở và . Cát tuyến qua cắt ở , cắt ở sao cho nằm giữa và . Chứng minh: ' đồng dạng với . (Gơi do ).

Bài 45: Cho tam giác vuông ở . Lấy và thuộc cạnh sao cho , .

1. Chứng minh: và . 2) Tính .

Bài 46: Cho là dây cung cố định cùa cố định. Gọi là điểm chính giữa của cung lón . Vẽ đường tròn tâm bán kính bằng . Điểm di động trên cung lớn của (O). Tia BA cắt (I) tại D.

1. Chứng minh: (Gopi y:: .
2. Tìm vị trí của trên để chu vi lớn nhất.

Bài 47: Cho nửa đường tròn tâm đường kính , có bán kính vuông góc với . Lấy điềm thuộc cung rồi vẽ tiếp tuyến tại cắt tia tại . Chứng minh (Gơi ý: Chíng minh: ).

Bài 48: Trên nửa đường tròn đường kính , lấy điểm . Lấy điểm thuộc đoạn . Một đường thẳng qua vuông góc với tại và cắt tia tại . Tiếp tuyến tại cắt tại I. Chứng minh:

1. .
2. và là trung điểm của .

Bài 49: Cho tam giác nhọn có ba đình nằm trên đường tròn bán kính . Vẽ đường kính . Chứng minh:

1. ký hiệu là .
2. (Đà̀ng đuờng kính đurờng tròn ngoài tiếp).

Bài 50: Cho tam giác nhọn có điềm di động trên cạnh . Vẽ vuông góc với ở vuông góc với ở .

1. Chứng minh: là đường kính của đường tròn (AHK).
2. Sử dụng định lý hàm sin trong , chứng minh: .
3. Xác định vị trí của điểm trên cạnh đề ngắn nhất.

Bài 51: Cho tam giác nhọn có ba đỉnh nằm trên . Điểm di động trên cung nhò . Vẽ vuông góc với ở , vuông góc với ở .

1. Chứng minh: là đường kính của đường tròn (AHK).
2. Chứng minh:
3. Xác định vị trí của điểm trên cung nhỏ để dài nhất.

Bài 52: Lấy hai điểm và lần lượt thuộc cung lớn và cung nhỏ của một đường tròn. Lấy điểm thuộc dây sao cho . Chứng minh

1. đồng dạng với suy ra .
2. đồng dạng với suy ra . Từ đó chứng minh định lý Ptoleme: (Tích hai đường chéo của tứ giác nội tiếp bằng tồng của tích hai cặp cạnh đối).

Bài 53: Cho tam giác có ba đỉhh nằm trên một đường tròn. Lấy điểm tùy ý thuộc cung không chứa . Lấy điềm trên cạnh sao cho .

1. Chứng minh: đồng dạng với đồng dạng với .
2. Vẽ tương ứng vuông góc với ở và . Chứng minh và rồi suy ra (Gợi ý: Ti số đồng dạng bằng tỉ số hai đường cao tương ứng của hai tam giác).