**ĐƯÒNG TRÒN**

**§1. ĐƯỜNG TRÒN**

**I. KHÁI NIỆM VÊ ĐƯÒ̀NG TRÒN**

Đường tròn tâm $O$ bán kính $R(R>0)$, kí hiệu $(O;R)$, là hình gồm tất cả các điểm trong mặt phẳng cách $O$ một khoảng bằng $R$.

$$⋄Chúý:$$

* Khi không cần chú ý đến bán kính, đường tròn $(O;R)$ còn được kí hiệu là $(O)$.
* Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm $M.Khi$ đó:
* Nếu $OM=R$ thì điềm $M$ nằm trên đường tròn hay $M$ thuộc đường tròn;
* Nếu $OM<R$ thì điểm $M$ nằm trong đường tròn;
* Nếu $OM>R$ thì điểm $M$ nằm ngoài đường tròn.

**II. TÍNH ĐOI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN**

Đường tròn là hình có tâm đối xứng; tâm đối xứng là tâm của đường tròn. Đường tròn là hình có trục đối xứng. Mọi đường thằng đi qua tâm của đường tròn đều là trục đối xứng của nó.

**III. ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CUNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN.**

Cho hai điểm $C,D$ cùng thuộc một đường tròn. Đoạn thẳng $CD$ gọi là dây cung hoặc dây. Đường kính là một dây đi qua tâm.

Trong các dây của một đường tròn, đường kính là dây có độ dài lớn nhất.

Ví du 1: Cho đường tròn $(O)$ có $AB$ là dây cung. $KẻOI⊥AB$ tại $I$. Chứng minh $I$ là trung điểm của $AB$.

Huớng dẫn giải:

Xét $△OAB$, ta có:

$OA=OB$ (bán kính $(O)$ )

$⇒△OAB$ cân tại $O$

Mà $OI$ là đường cao $(OI⊥AB$ tại $I)$



Nên $OI$ là đường trung tuyến

$⇒I$ là trung điểm của $AB$.

Ví dụ 2: Cho đường tròn $(O)$ có $AB$ là dây cung. Gọi $I$ là trung điểm của $AB$. Chứng minh $OI⊥AB$ tại $I$.

Huớng dẫn giải:

Xét $△OAB$, ta có: $OA=OB$ (bán kính $(O)$ )

$⇒△OAB$ cân tại $O$

Mà $OI$ là đường trung tuyến ( $I$ là trung điểm của $AB$ )

Nên $OI$ là đường cao $⇒OI⊥AB$ tại $I$.



Nhận xét: Trong 1 đường tròn

* Đường kính, bán kính, hay một phần bán kính vuông goc với dây thì đi qua trung điểm của dây cung đó.
* Và ngược lại đường kính, bán kính hay 1 phần bán kính đi qua trung điểm của dây không chứa tâm thì vuông góc với dây cung đó.

**VI. V! TRÍ TƯO'NG ĐOI CÙA HAI ĐƯỜNG TRÒN**

**Định nghĩa:**

* Hai đường tròn không có điểm chung gọi là hai đường tròn không giao nhau. Hai đường tròn không giao nhau có thể ở ngoài nhau hoặc đường tròn này đựng đường tròn kia.
* Hai đường tròn chỉ có một điểm chung gọi là hai đường tròn tiếp xúc nhau. Điểm chung đó gọi là tiếp điểm. Hai đường tròn tiếp xúc có thể tiếp xúc ngoài hoặc tiếp xúc trong.
* Hai đường tròn có đúng hai điểm chung gọi là hai đường tròn cắt nhau. Hai điểm chung gọi là hai giao điểm. Đoạn thẳng nối hai điểm chung được gọi là diây chung.

Ta có các kết quả sau:

**จ Kiến thức cần nhớ**

* Hai đường tròn ngoài nhau khi khoảng cách hai tâm lớn hơn tổng hiaì `án kính.
* Hai đường tròn tiếp xúc ngoài khi khoảng cách hai tâm bằng tổng hai bán kính. Lúc đó tiếp điểm thẳng hàng với hai tâm.
* Hai đường tròn cắt nhau khi khoảng cách hai tâm nhỏ hơn tổi.g lớn hơn hiệu của hai bán kinh.
* Hai đường tròn tiếp xúc trong khi khoảng cách hai tâm bằnç hiệu hai bán kính. Iúc tiếp điểm thẳng hàng với hai tâm.
* Đường tròn này chứa đường tròn kia khi khoảıg các.. iai tâm nhủ iıon hiệu của hai tán kính.

|  |  |
| --- | --- |
| Hình ảnh mô tả | Vị trí tương đối của $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$ |
| Hai dừng tròn ngoà nhau |  |
| Hai dương tròn tiệp nác ngoài | $OO^{'}>R+R^{'}⇔(O)$ và $\left(O^{'}\right)$ ngoài nhau |
| Hai dưong tròn cát nhau |  |

Ví dụ 3: Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn $(O;R)$ và $\left(O^{'};R\right.$ ') trong mỗi trường hợp sau:
a) $OO^{'}=20;R=8;R^{'}=4$;
b) $OO^{'}=15;R=8;R^{'}=7$;
c) $OO^{∘}=6;R=9;R^{'}=4$;
d) $OO^{'}=0;R=7;R^{'}=5$

**Huớng dẫn giaai:**

a) Ta có $20>8+4$ nên $OO^{'}>R+R^{'}$, suy ra hai đường tròn $(O;R)$ và $\left(O^{'};R^{'}\right)$ ở ngoài nhau.

b) Ta có $15=8+7$ nên $OO^{'}=R+R^{'}$, suy ra hai đường tròn $(O;R)$ và $\left(O^{'};R^{'}\right)$ tiếp xúc ngoài.

c) Ta có $9-4<6<9+4$ nên $R-R^{'}<OO^{'}<R+R^{'}$, suy ra hai đường tròn $(O;R)$ và $\left(O^{'};R^{'}\right)$ cắt nhau.

d) Ta có $0<7-5$ nên $OO^{'}<R-R^{'}$, suy ra đường tròn $(O;R)$ đựng đường tròn ( $\left.O^{'};R^{'}\right)$.

$∇$ Chú ý: Nếu $OO^{'}=0$ thì $O$ trùng với $O^{'}$. Hai đường tròn có tâm trùng nhau gọi là hail đường tròn đồng tâm.

**BÀI TÂP CƠ BẢN**

**BÀI TẬP ĐƯỜNG TRÒN**

Bài 1: Cho đường tròn $(O;3 cm)$, dây $AB=2 cm$. Kẻ $OI⊥AB$ tại $I$. Tính $OI$ ?

Bài 2: Cho đường tròn $(O;10 cm),I$ là trung điểm của dây $MN$. Biết $OI=6 cm$.

1. Chứng minh: $OI⊥MN$ tại $I$.
2. Tính MN?

Bài 3: Cho đường tròn $(O;5 cm)$, dây $BC=6 cm$. Hãy tính khoảng cách từ tâm đến dây $BC$. (Gợi ý: Kè $OK⊥BC$ tại $K$ ).

Bài 4: Cho đường tròn $(O,R)$, vẽ dây $DE=R\sqrt{3}$. Kẻ $OI⊥DE$ tại $I$.

1. Dùng tỉ số lượng giác hãy tính $\hat{DOI}$. Từ đó suy ra $\hat{DOE}$.
2. Tính OI theo R. (GV huoóng dẫn hoc sinh vẽ dây cung có độ dài $R\sqrt{3}$ ).

Bài 5: Cho đường tròn $(O)$ có bán kính $OA=3 cm$. Dây $BC$ của đường tròn vuông góc với $OA$ tại trung điểm của $OA$. Tính độ dài $BC$.

Bài 6: Bán kính $R$ của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều có cạnh bằng $6 cm$ là bao nhiêu?

Bài 7: Cho tứ giác $ABCD$ có $\hat{DAB}=90^{∘}$ và $\hat{BCD}=90^{∘}$. Gọi $O$ là trung điểm của $BD$.

1. Chứng minh: $OA=OC$.
2. Chứng minh: $OA=OB=OC=OD$, từ đó suy $raA,B,C,D$ cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 8: Cho đường tròn $(O;5 cm)$, vẽ dây $AB=8 cm$. Gọi $M$ là trung điểm của $AB$. Qua $M$ vẽ $CD$ là đường kính của $(O)(D$ thuộc cung nhỏ $AB)$. Tính dây $AD$ của $(O)$.

Bài 9: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=12 cm,BC=5 cm$. Chứng minh: bốn điểm $A,B$, $C,D$ thuộc cùng một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

Bài 10: Cho tam giác $ABC$ nhọn có hai đường cao $BD$ và $CE$. Gọi $O$ là trung điểm của $BC$.

1. Chứng minh: $OD=OE$.
2. Bốn điểm $B,C,D,E$ có nằm trên một đường tròn không? Vì sao?

Bài 11: Cho tam giác $ABC$ nhọn có hai đường cao $BD$ và $CE$. Gọi $O$ là trung điểm của $BC$.

1. Chứng minh: bốn điểm $B,C,D,E$ cùng thuộc một đường tròn.
2. Gọi $I$ là trung điểm của $DE$. Chứng minh: $OI⊥ED$.

Bài 12: Cho tam giác $ABC$, các đường cao $BD$ và $CE$. Chứng minh:

1. Bốn điểm $B,E,D,C$ cùng thuộc một đường tròn.
2. $DE<BC$.

**Bై BÀl TÂP LUYỆN TÂP**

Bài 13: Cho đường tròn $(O,R)$ đường kính $AB$. Trên $(O)$ lấy điềm $C$ sao cho $AC=R$.

1. Hãy tính $BC$ theo $R$.
2. Tính số đo các góc của tam giác $ABC$.

Bài 14: Cho tam giác $ABC$ đều có $I$ và $K$ lần lượt là trung điểm của cạnh $AB$ và $AC$.

1. Chứng minh: $CI$ và $BK$ là hai đường cao của tam giác $ABC$.
2. Gọi $O$ là trung điểm của $BC$. So sánh $OI$ và $OK$.
3. Chứng minh: bốn điểm $B,I,K,C$ cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 15: Cho đường tròn tâm $O$ có hai dây cung $AB$ và $CD$ không cắt nhau. Gọi $OH$ và $OK$ lần lượt là khoảng cách từ $O$ đến dây $AB$ và dây $CD$.

1. Chứng minh: $H,K$ lần lượt là trung điểm của $AB$ và $CD$.
2. Già sử $OH=OK$. Chứng minh: $△AHO=△CKO$ suy ra $AB=CD$.

Bài 16: Cho đường tròn tâm $O$ có hai dây $AB$ và $CD$ bằng nhau và cắt nhau ở $I$ nằm bên trong $(O)$. Gọi $H,K$ lẩn lượt là trung điểm của $AB$ và $CD$.

1. Tam giác $AHO$ và tam giác $CKO$ là tam giác gi?
2. So sánh $OH$ và $OK$.
3. Chứng minh: $IH=IK$

Łài 17: Cho đường tròn tâm $O$ có hai dây cung $AB$ và $CD$ dài bằng nhau và không cắt nhau. Kè $OH⊥AB$ tại $H,OK⊥CD$ tại $K$.

1. Chứng minh: $HA=HB=KC=KD$.
2. So sánh $OH$ và $OK$.

Bài 18: Cho đường tròn $(O)$ đường kính $AB$, dây $CD$ không cắt đường kính $AB$. Gọi $H$ và $K$ theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ $A$ và $B$ đến $CD$. Chứng minh rằng $CH=DK$. (Gợi ý: Kè OM vuông góc với $CD$ ).

Bài i9: Cho đường tròn $(O)$ có đường kính $AB$. Vẽ dây $CD$ không song song và không cắt $AB$. Vẽ $AH,OI,BK$ lần lượt vuông góc với $CD$ tại $H,I,K$.

1. Tứ giác $AHKB$ là hình gì? Vì sao?
2. Chứng minh: $I$ là trung điểm của $HK$.
3. So sánh $CH$ và $DK$.

Bài 20: Cho đường tròn tâm $O$ có đường kính $AB$. Vẽ dây $CD$ không song song và không cắt dây $AB$. Vẽ $AH,OI,BK$ lần lượt vuông góc với $CD$ tại $H,I,K$. Chứng minh:
7) I là trung điềm của $CD$.
2) $OI=\frac{1}{2}(AH+BK)$
3) $CH=DK$.

Bài 21: Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm $M$ nằm bên trong $(O)$.

1. Hãy nêu cách dựng dây $AB$ nhận $M$ làm trung điểm.
2. Tính độ dài $AB$ ờ câu 1 ) biết $R=5 cm;OM=1,4 cm$.

Bài 22: Cho đường tròn $(O)$ có đường kính $AD=2R$. Vẽ cung tâm $D$ bán kính $R$, cung này cắt đường tròn ở $B$ và $C$.

1. Tứ giác $OBDC$ là hình gì? Vì sao?
2. Tính số đo các góc $\hat{CBD},\hat{CBO},\hat{OBA}$. 3) Chứng minh: $△ABC$ đều.

Bài 23: Cho đường tròn $(O;R)$ có đường kính $AI$. Lấy $H$ là trung điểm của $OI$. Kè dây $BC⊥OI$ tại $H$.

1. Tam giác $OBI$ và tam giác $OCI$ là tam giác gì? Vì sao?
2. Tính $\hat{BAI},\hat{CAI}$.
3. Chứng minh: tam giác $ABC$ đều.

Bài 24: Cho đường tròn tâm $O$ có bán kính $5 cm$ và dây $AB=6 cm$. $KẻOH⊥AB$ tại $H$.

1. Tính HA, HB, OH.
2. Vẽ dây $BC$ sao cho $BC=AB,K$ là trung điểm của $BC$. Tính $OK$.

Bài 25: Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, điểm $D$ thuộc cạnh $AB$, điểm $E$ thuộc cạnh $AC$. Gọi $M,N,P,Q$ theo thứ tự là trung điểm của $DE,DC,BC,BE$. Chứng minh: bốn điểm $M,N$, $P,Q$ thuộc cùng một đường tròn.

Bài 26: Cho nửa đường tròn tâm $O$, đường kính $AB$ và dây $EF$ không cắt đường kính. Gọi $I$ và $K$ lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ $A$ và $B$ đến $EF$. Chứng minh: $IE=KF$.

Bài 27: Cho nửa đường tròn tâm $O$, đường kính $AB$, dây $CD$. Các đường vuông góc với $CD$ tại $C$ và $D$ tương ứng cắt $AB$ ở $M$ và $N$. Chứng minh: $AM=BN$.

Bài 28: Cho nửa đường tròn tâm $O$, đường kính $AB$. Trên $AB$ lấy các điểm $M,N$ sao cho $AM=BN$. Qua $M$ và $N$, kẻ các đường thẳng song song với nhau, chúng cắt nửa đường tròn lần lượt ở $C$ và $D$. Chứng minh: $MC$ và $ND$ vuông góc với $CD$.

Bài 29: Cho đường tròn $(O)$, có hai dây $CD$, $EF$ bằng nhau và vuông góc với nhau tại $I$, $IC=2 cm,ID=14 cm$. Tính khoảng cách từ $O$ đến mỗi dây.

Bài 30: Cho đường tròn $(O)$, dây $AB$ và dây $CD,AB<CD$. Giao điểm $K$ của các đường thẳng $AB,CD$ nằm ngoài đường tròn. Đường tròn $(O;OK)$ cắt $KA$ và $KC$ tại $M$ và $N$. Chứng minh: $KM<KN$.

Bài 31: Cho đường tròn $(O)$ và điểm $I$ nằm bên trong đường tròn. Chứng minh rằng dây $AB$ vuông góc với OI tại $I$ ngắn hơn mọi dây khác đi qua $I$.

Bài 32: Cho đường tròn $(O)$, hai dây $AB,CD$ bằng nhau và cắt nhau tại điểm I nằm bên trong đường tròn. Chứng minh:

1. IO là tia phân giác của một trong hai góc tạo bởi hai dây $AB$ và $CD$.
2. Điểm $I$ chia $AB,CD$ thành các đoạn thẳng bằng nhau đôi một.

Bài 33: Cho đường tròn $(O)$ bán kính $25 cm$. Hai dây $AB,CD$ song song với nhau và có dộ dài theo thứ tự bằng $40 cm,48 cm$. Tính khoảng cách giữa hai dây ấy.

Bài 34: Cho đường tròn $(O)$, các bán kính $OA$ và $OB$. Trên cung nhỏ $AB$ lấy các điểm $M$ và $N$ sao cho $AM=BN$. Gọi $C$ là giao điểm của các đường thẳng $AM$ và $BN$. Chứng minh:

1. $OC$ là tia phân giác của $\hat{AOB}$.
2. $OC$ vuông góc với $AB$.

Bài 35: Cho đường tròn tâm $O$ bán kính $5 cm$, dây $AB=8 cm$.

1. Tính khoảng cách từ tâm đến dây $AB$.
2. Gọi $I$ là điểm thuộc dây $AB$ sao cho $AI=1 cm$. Kẻ dây $CD$ đi qua $I$ và vuông góc với $AB$. Chứng minh: $CD=AB$.

Bài 36: Cho đường tròn $(O)$ có bán kính $25 cm$. Hai dấy $AB$ và $CD$ song song với nhau. $(AB$ và $CD$ ở khác phía đối với điểm $O)$. $GọiOH$ là khoảng cách từ $O$ đền dây $AB,OK$ là khoảng cách từ $O$ đến dây $CD$.

1. Chứng minh: $H,O,K$ thẳng hàng.
2. Tính khoảng cách giữ hai dây $AB$ và $CD$, biết $AB=40 cm,CD=32 cm$.

Bài 37: Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có $AH$ là đường cao.

1. Tính $AH$ ? Biết $AB=6 cm,AC=8 cm$.
2. Vẽ đường tròn tâm $B$; bán kính $BA,(B)$ cắt đường thẳng $BC$ tại $D$ và $E$ (E nằm giữa $B$ và $C)$. Đường thẳng $AB$ cắt $(B)$ tại $N(N$ khác $A$ ); đường thẳng $NC$ cắt $(B)$ tại $M$ $(M$ khác $N$ ). Chứng minh: $CE⋅CD=CM⋅CN$

Bài 38: Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$ có đường cao $AH$. Gọi $K$ là trung điểm của $AH$. Từ $H$ hạ vuông góc với $AB$ và $AC$ lần lượt tại $D$ và $E$. Đường tròn tâm $K$ bán kính $AK$ cắt đường tròn tâm $O$ đường kính $BC$ tại $I,AI$ cắt $BC$ tại $M$.

1. Chứng minh: 5 điềm $A,I,D,H,E$ thuộc một đường tròn.
2. Chứng minh: $MK⊥AO$.
3. Chứng minh: 4 điểm $M,D,K,E$ thẳng hàng.

**BÀI TẬP V! TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯờNG TRÒN**

Bài 39: Cho đường tròn bán kính $R=15 cm$ và $r=12 cm$. Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn nếu khoảng cách giữa hai tâm bằng:

1. $2 cm$;
2. $3 cm$;
3. $16 cm$;
4. $30 cm$;
5. $15 cm$
6. $8 cm$.

Bài 40: Điền vào chỗ ...... trong bảng dưới đây bằng một độ dài hoặc một khẳng định thích hợp:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Bán kính cùa $(O)$ | Bán kính của $\left(O^{'}\right)$ | {f6381442c-ae2a-488e-ac82-3915782fbd29}1 | Vị trí tương đối của $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$ |
| $$9 cm$$ | $$3 cm$$ | ............ | $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$ tiếp xúc ngoài |
| $$16 cm$$ | $$7 cm$$ | … | $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$ tiếp xúc trong |
| $$5 cm $$ | $$11 cm$$ | $$17 cm$$ | ................................ |
| $$8 cm$$ | $$17 cm$$ | $$6 cm$$ | . . |

Bài 41: Cho điềm $A$ thuộc đoạn $OO^{'}$. Vẽ $(O;OA)$ và ( $\left.O^{'};O^{'}A\right)$.

1. Hãy cho biết vị trí tương đối giữa đường tròn $(O)$ và đường tròn $\left(O^{'}\right)$.
2. Đường thẳng qua $A$ cắt $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$ tại $C$ và $D$. Định dạng $△OCA^{O}$ và $△O^{'}AD$.
3. Chứng minh: $\hat{OCA}=\hat{O^{'}DA}$ và $OC//OD^{'}$.

Bài 42: Cho đường tròn tâm $O$ bán kính $13 cm$ và đường tròn tâm $O$ ' bán kính $15 cm$ cắt nhau tại $A$ và $B$. Đường thẳng $OO$ ' cắt $AB$ tại $H$. Giả sử $AB=24 cm$.

1. Chứng minh: $OO$ ' là đường trung trực của đoạn $AB$ và tính $AH,OH,OH$.
2. Tính $OO$ ' trong hai truờng hợp: $H$ thuộc đoạn $OO$ ' và $H$ nằm ngoài $OO$ '.

Bài 43: Cho điểm $A$ thuộc $(O)$. Gọi $O$ ' là tâm đường tròn đường kính $OA$.

1. Hãy cho biết vị trí tương đối của $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$.
2. Giả sử $(O)$ có dây $AB$ cắt $\left(O^{'}\right)$ tại $C$ khác $A.△AO ^{'}C$ có gì đặc biệt. Chứng minh: $\hat{ACO^{'}}=\hat{ABO}$ và $O^{'}C//OB$.
3. Chứng minh: $C$ là trung điểm của $AB$.

Bài 44: Cho $\left(O;4 cm\right.$ ) và $\left(O^{'};6 cm\right);OO^{'}=12 cm$. Chứng minh: đường tròn $(O)$ và $\left(O^{'}\right)˙$ ngoài nhau.

Bài 45: Cho điểm $A$ thuộc đoạn $OO$ '. Vẽ $(O;OA)$ và $\left(O^{'};O\right.$ 'A). Chứng minh: đường tròn $(O)$ và ( $O^{'}$ ) tiếp xúc ngoài.

Bài 46: Cho $(0;12 cm)$ và $\left(O^{'};5 cm\right)$, giả sử $OO^{'}=13 cm$. Chứng minh: đường tròn $(O)$ và ( $O$ ') cắt nhau.

Bài 47: Cho điểm $A$ thuộc $(O)$. Gọi $O$ ' là tâm đường tròn đường kính $OA$. Chứng minh: đường tròn $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$ tiếp xúc trong.

Bài 48: Cho đoạn $OO^{'}=3 cm$ vẽ $(O;2 cm)$ và $\left(O^{'};7 cm\right)$. Chứng minh: đường tròn $(O)$ và ( $O^{'}$ ) đựng nhau.

Bài 49: Cho $(O;3 cm)$ và $\left(O^{'};1 cm\right);OO^{'}=4 cm$. Vẽ bán kính $OB$ của $(O)$ song song với bán kính $O^{'}C$ của $\left(O^{'}\right)$ trên cùng nửa mặt phẳng bờ $OO^{'}$.

1. Hãy cho biết vị trí tương đối giữa đường tròn tâm $O$ và đường tròn tâm $O^{'}$.
2. Gọi $A$ là tiếp điểm của hai đường tròn. Tính $\hat{AOB}+\hat{AOC}$ và cho biết tam giác $OAB$ là tam giác gì?
3. Chứng minh: $\hat{OAB}=\frac{180^{∘}-\hat{AOB}}{2}$ và $\hat{O^{'}AC}=\frac{180^{∘}-\hat{AO^{'}C}}{2}$.
4. Chứng minh: tam giác $ABC$ vuông tại $A$.
5. $BC$ cắt $OO^{'}$ tại $I$. Tính tỉ số $\frac{IO^{'}}{IO}$ và tính $IO$. (áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau)

Bài 50: Cho $(O;13 cm)$ và $\left(O^{'};15 cm\right)$ cắt nhau tại $A$ và $B(A,B$ ở khác phía với $OO$ '). Đường thẳng $OO^{'}$ cắt $AB$ tại $H$. Giả sử $AB=24 cm$.

1. Chứng minh: $OO$ là đường trung trực của $AB,H$ là trung điểm $AB$.
2. Tính $AH,OH,O^{'}H,OO^{'}$.

Bài 51: Cho $(O;13 cm)$ và $\left(O^{'};15 cm\right)$ cắt nhau tại $A$ và $B(A,B$ nằm cùng nửa mặt phẳng có bờ là $OO^{'}$ ). Đường thẳng $OO^{'}$ cắt $AB$ tại $H$. Giả sử $AB=24 cm$.

1. Chứng minh: $OO$ là đường trung trực của $AB$ và $H$ là trung điểm $AB$.
2. Tính $AH,OH,O^{'}H,OO^{'}$.

Bài 52: Cho $(O;12 cm)$ và $\left(O^{'};5 cm\right)$, giả $u$ ư $OO^{'}=13 cm$.

1. Cho biết vị trí tương đối giữa hai đường tròn.
2. Gọi $A,B$ là giao điểm của hai đường tròn. Tam giác $OAO$ ' là tam giác gì? (Hurớng dẫn: Dùng định lý Pytagore đảo).
3. Gọi $H$ là giao điềm của $OO^{'}$ và $AB$. Chứng minh: $OO$ ' là đường trung trực của $AB$. Tính $AH,AB$.

Bài 53: Cho $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$ cắt nhau tại $A$ và $B$. Kẻ đường kính $AC$ của $(O)$ và đường kính $AD$ của ( $O^{'}$ ).

1. Tam giác $ABC$ và tam giác $ABD$ là tam giác gì?
2. Chứng minh: $C,B,D$ thẳng hàng. 3) Chứng minh: $CD=2.0O$ '.

Bài 54: Cho $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$ cắt nhau tại $A$ và $B$. Gọi $K$ là trung điểm của $OO$ '. Đường thẳng vuông góc với $AK$ tại $A$ cắt $(O)$ tại $M$ và cắt $\left(O^{'}\right)$ tại $N$.

1. Kè $OI$ vuông góc với $MN$ tại $I$. Chứng minh: $MA=2$.IA.
2. Kẻ $O$ 'H vuông góc với $MN$ tại $H$. Chứng minh: $NA=2.AH$.
3. Tứ giác OIHO' là hình gì? Chứng minh: A là trung điểm của $IH$.
4. Chứng minh: A là trung điểm của $MN$.

Bài 55: Cho $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$ có cùng bán kính cắt nhau tại $A$ và $B$ sao cho $O$ và $O^{'}$ nằm ờ hai bên đường thẳng $AB$. Đường thẳng qua $A$ cắt $(O)$ tại $C$ và cắt $\left(O^{'}\right)$ tại $D$ sao cho $A$ nằm giữa $C$ và D.

1. Kẻ đường kính $AM$ của $(O)$ và đường kính $AN$ của $\left(O^{'}\right)$. Tam giác $ABM$ và tam giác $ABN$ là tam giác gì? Chứng minh: $M,B,N$ thẳng hàng.
2. Chứng minh tam giác $AMN$ cân tại $A$ và $B$ là trung điểm của $MN$.
3. Tam giác $ACM$ và tam giác $ADN$ là tam giác gì? Chứng minh: tứ giác $MCDN$ là hình thang.
4. $KẻBH⊥CD$ tại $H$. Chứng minh: $H$ là trung điểm của $CD$.
5. Chứng minh: $BC=BD$.

Bài 56: Cho $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$ cắt nhau tại $A$ và $B$. Một cát tuyến quay quanh $A$ cắt $(O)$ tại $M$ và cắt (O') tại $N$.

1. Kè $OI$ vuông góc với $MN$ tại $I,O$ 'H vuông góc với $MN$ tại $H,OK$ vuông góc với $O$ 'H tại $K$. Chứng minh tứ giác $OIHK$ là hình chữ nhật. So sánh $OO^{'}$ và $OK$. Suy ra $IH\leq OO^{'}$.
2. Chứng minh: $I,H$ lần lượt là trung điểm của $MA,AN$.
3. Chứng minh: $MN=2.IH$.
4. Chứng minh: $MN\leq 2.0O^{'}$. Xác định vị trí của $MN$ để cát tuyến $MN$ dài nhất.

Bài 57: Cho điểm $A$ thuộc $(O)$. Gọi $O$ ' là tâm đường tròn đường kính $OA$.

1. Hãy cho biết vị trí tương đối của $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$.
2. Dây $AB$ của $(O)$ cắt $\left(O^{'}\right)$ tại $C\ne A$. Tam giác $AO^{'}C$ có gì đặc biệt?
3. Chứng minh: $\hat{ACO^{'}}=\hat{ABO}$ và $O^{'}C//OB$.
4. Chứng minh: $C$ là trung điểm của $AB$.

Bài 58: Cho $I$ là trung điểm của $OA$. $Kè(O;OA)$ và $(I;IA)$.

1. Hãy cho biết vị trí tương đối của $(O)$ và $(I)$.
2. Một đường thẳng qua $A$ cắt $(I)$ tại $C$ và cắt $(O)$ tại $B$. Chứng minh: tam giác $OAB$ cân tại $O$ và tam giác $OCA$ vuông tại $C$.
3. Chứng minh: $C$ là trung điểm của $AB$.

Bài 59: Cho $(O)$ có đường kính $BC$, điểm $A$ thuộc $(O)$ sao cho $AB<AC$. Kẻ $AH$ vuông góc với $BC$ tại $H$. $D$ là điểm đối xứng của $B$ qua $H$. Kẻ đường tròn tâm $O$ ' đường kính $DC$ cắt AC tại $K$.

1. Chứng mính: $(O)$ và $\left(O^{'}\right)$ tiếp xúc trong tại $C$.
2. Định dạng tam giác $ABC,CKD$ ? Chứng minh: $ABDK$ là hình thang.
3. Gọi $M$ là trung điểm $AK$ và chứng minh: $\hat{HKA}+\hat{OKC}=90^{∘}$.
4. Chứng minh: tam giác O'HK cân tại $K$.

Bài 60: Cho $(O)$ có đường kính $BC$ và điểm $D$ nằm giữa $B$ và $O$. Vẽ $\left(O^{'}\right)$ có đường kính $CD$.

1. Hãy cho biết vị trí tương đối của $(O)$ và ( $\left.O^{'}\right)$.
2. Kẻ dây $AE$ của $(O)$ vuông góc với $BD$ tại $H$ với $H$ là trung điểm của $AC$. Chứng minh: $H$ là trung điểm của $AE$ và tứ giác $ABED$ là hình thoi.
3. Gọi $K$ là giao điểm của $\left(O^{'}\right)$ và $AC$. Chứng minh: $△DKC$ vuông tại $K$ và $DK//AB$.
4. Chứng minh: $E,D,K$ thẳng hàng.