**§3. TÍNH CHẤT CỦA MỘT PHÉP KHAI PHƯƠNG**

**I. CĂN THỨC BẬC HAI CỦA MỘT BÌNH PHƯƠNG**

 **Kiến thức cần nhớ**

Với mọi số thực $a$, ta có $\sqrt{a^{2}}=|a|$.

Tổng quát hơn, ta có tính chất sau đây:

Với biểu thức $A$ bất kì, ta có $\sqrt{A^{2}}=|A|$, nghĩa là

$\sqrt{A^{2}}=A$ khi $A\geq 0$ (tức là khi $A$ nhận giá trị không âm);

$\sqrt{A^{2}}=-A$ khi $A<0$ (tức là khi $A$ nhận giá trị âm).

**Ví dụ 1.** Tính:
a) $\sqrt{5^{2}}$; b) $(-\sqrt{7}) ^{2}+\sqrt{ (-8) ^{2}}$.

**Hướng dẫn giải:**a) $\sqrt{5^{2}}=|5|=5$;
b) $(-\sqrt{7}) ^{2}+\sqrt{ (-8) ^{2}}=7+|-8|=7+8=15$.

**Ví dụ 2.** Rút gọn các biểu thức sau:
a) $\sqrt{ (2-\sqrt{5}) ^{2}}$; b) $\sqrt{ (a-\sqrt{7}) ^{2}}$ với $a>3$; c) $\sqrt{x^{6}}$ với $x<0$.

Huớng dẫn giải:
a) $\sqrt{ (2-\sqrt{5}) ^{2}}=|2-\sqrt{5}|=\sqrt{5}-2$ (vì $\left.2-\sqrt{5}<0\right)$;
b) $\sqrt{ (a-\sqrt{7}) ^{2}}=|a-\sqrt{7}|=a-\sqrt{7}$ (vì $a-\sqrt{7}>0$ với $a>3)$;
c) $\sqrt{x^{6}}=\sqrt{\left(x^{3}\right)^{2}}=\left|x^{3}\right|=-x^{3}$ (vì $x^{3}<0$ với $\left.x<0\right)$.

**B. BÀI TẬP CƠ BẢN**

**Bài 1.** Tính và rút gọn.

1. $\sqrt{2^{2}}$; 2. $\sqrt{ (-2) ^{2}}$; 3. $\sqrt{3^{2}}$; 4. $\sqrt{ (-3) ^{2}}$; 5. $\sqrt{4^{2}}$; 6. $\sqrt{ (-4) ^{2}}$;

7. $\sqrt{5^{2}}$; 8. $\sqrt{ (-5) ^{2}}$; 9. $\sqrt{6^{2}}$; 10. $\sqrt{ (-6) ^{2}}$; 11. $\sqrt{7^{2}}$; 12. $\sqrt{ (-7) ^{2}}$;

13. $\sqrt{8^{2}}$; 14. $\sqrt{9^{2}}$; 15. $\sqrt{ (-8) ^{2}}$; 16. $\sqrt{ (-9) ^{2}}$ 17. $\sqrt{10^{2}}$; 18. $\sqrt{ (-10) ^{2}}$;

19. $\sqrt{11^{2}}$; 20. $\sqrt{ (-11) ^{2}}$; 21. $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{2}}$; 22. $\sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^{2}}$; 23. $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{2}}$; 24. $\sqrt{\left(\frac{-2}{3}\right)^{2}}$;

25. $\sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^{2}}$; 26. $\sqrt{\left(\frac{-4}{5}\right)^{2}};$ 27. $\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^{2}}$; 28. $\sqrt{ (-0, 5) ^{2}}; $ 29. $\sqrt{ (0, 01) ^{2}}$; 30) $\sqrt{ (0, 5) ^{2}}$;
**Bài 2:** Tính:

28. $\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^{2}}$; 29. $\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^{2}}; $ 30. $ (\sqrt{5}) ^{2}-\sqrt{7^{2}}$; 31. $\sqrt{ (-48) ^{2}}-\sqrt{17^{2}}- (-\sqrt{13}) ^{2}$;

32. $\sqrt{7^{2}}+ (-\sqrt{2}) ^{2}+ (-\sqrt{14}) ^{2}$; 33. $\left(-\sqrt{\frac{7}{9}}\right)^{2}-\sqrt{\left(-\frac{25}{9}\right)^{2}}$; 34. $-\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{2}-\left(\sqrt{\frac{25}{3}}\right)^{2}$.

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau:

1. $\sqrt{ (5-\sqrt{23}) ^{2}}$; 2. $\sqrt{ (7-\sqrt{47}) ^{2}}$; 3. $\sqrt{ (3-\sqrt{10}) ^{2}}$; 4. $\sqrt{ (1-\sqrt{6}) ^{2}}$;

5. $\sqrt{ (2-\sqrt{3}) ^{2}}+\sqrt{ (2+\sqrt{3}) ^{2}}$; 6. $\sqrt{ (3+\sqrt{11}) ^{2}}+\sqrt{ (3-\sqrt{11}) ^{2}}$;

7. $\sqrt{ (3-2\sqrt{2}) ^{2}}-\sqrt{ (4-2\sqrt{2}) ^{2}}$; 8. $\sqrt{ (7-2\sqrt{6}) ^{2}}+\sqrt{ (3-2\sqrt{6}) ^{2}}$;

9. $\sqrt{ (4-2\sqrt{3}) ^{2}}+\sqrt{ (1-2\sqrt{3}) ^{2}}$; 10. $\sqrt{3 (\sqrt{3}+1) ^{2}}-\sqrt{ (\sqrt{3}+1) ^{2}}-\sqrt{4}$;

11. $\sqrt{a^{2}}+\sqrt{ (-7a) ^{2}}$ với $a>0$; 12. $\sqrt{ (-a) ^{2}}+\sqrt{ (3a) ^{2}}-9$ với $a<0$;

13. $\sqrt{ (x-3) ^{2}}$ với $x\geq 3$; 14. $\sqrt{ (4-x) ^{2}}$ với $x\geq 4$;

15. $\sqrt{ (x-8) ^{2}}+\sqrt{x^{2}}$ với $x\geq 8$; 16. $\sqrt{ (5-x) ^{4}}$;

17. $\sqrt{\left(2x^{2}+3\right)^{2}}-\sqrt{\left(2x^{2}\right)^{2}}$; 18. $\sqrt{ (a-2) ^{6}}$ với $a\leq 2$;

19. $\sqrt{25t^{2}-20t+4}-3t+1$ với $t<\frac{2}{5}$; 20. $\sqrt{9-24x+16x^{2}}+5x+7$ với $x<\frac{3}{4}$.

**II. CĂN THỨC BẬC HAI CỦA MỘT TÍCH**

 **Kiến thức cần nhớ**

Với hai số thực a và $b$ không âm, ta có $\sqrt{a⋅b}=\sqrt{a}⋅\sqrt{b}$

Tổng quát hơn, ta có tính chất sau đây:

Với hai biểu thức $A$ và $B$ nhận giá trị không âm, ta có $\sqrt{A⋅B}=\sqrt{A}⋅\sqrt{B}$.

**Ví dụ 3.** Tính:
a) $\sqrt{36⋅1, 44}$; b) $\sqrt{250. 40}$.

**Hướng dẫn giải:**

a) $\sqrt{36⋅1, 44}=\sqrt{36}⋅\sqrt{1, 44}=6⋅1, 2=7, 2$.
b) $\sqrt{250. 40}=\sqrt{25⋅4⋅100}=\sqrt{25}⋅\sqrt{4}⋅\sqrt{100}=5⋅2⋅10=1000$.

**Ví dụ 4.** Tính:
a) $\sqrt{6}⋅\sqrt{24}$;
b) $\sqrt{4, 5}⋅\sqrt{5}⋅\sqrt{10}$.

**Huớng dẫn giải:**

a) $\sqrt{6}⋅\sqrt{24}=\sqrt{6⋅24}=\sqrt{144}=12$;
b) $\sqrt{4, 5}⋅\sqrt{5}⋅\sqrt{10}=\sqrt{4, 5⋅5⋅10}=\sqrt{45⋅5}=\sqrt{9⋅5⋅5}=\sqrt{9^{2}⋅5^{2}}=\sqrt{45^{2}}=45$.

**Nhân xét:** Như hai ví dụ trên, tuỳ từng trường hợp mà ta biến đổi $\sqrt{ab}=\sqrt{a}⋅\sqrt{b}$ hoặc $\sqrt{a}⋅\sqrt{b}=\sqrt{ab} (a\geq 0$ và $b\geq 0) $đế việc tính toán trở nên dễ dàng hơn.

Vi dụ 5: Rút gọn các biểu thức sau:
a) $\sqrt{7x}⋅\sqrt{28x}$ với $x\leq 0$;
b) $\sqrt{6x^{3}⋅8y⋅3xy}$

**Huớng dẫn giải:**

a) $\sqrt{7x}⋅\sqrt{28x}=\sqrt{7x⋅28x}=\sqrt{196x^{2}}=\sqrt{196}⋅\sqrt{x^{2}}=14|x|=14 (-x) =-14x$ (vì $x\leq 0)$.
b) $\sqrt{6x^{3}⋅8y⋅3xy}=\sqrt{6⋅8⋅3⋅x^{4}y^{2}}=\sqrt{144}⋅\sqrt{\left(x^{2}\right)^{2}}⋅\sqrt{y^{2}}⋅=12x^{2}|y|$.

* **Kiến thức cần nhớ**

Với số thực $a$ bất kì và $b$ không âm, ta có: $\sqrt{a^{2} b}=|a|\sqrt{b}$

Biến đổi này được gọi là đưa thừa số ra ngoài dấu căn.

Ngược lại, ta có biến đổi đưa thừa số vào trong dấu căn:

 Nếu $a\geq 0$ thì $a\sqrt{b}=\sqrt{a^{2} b}$;

 Nếu $a<0$ thì $a\sqrt{b}=-\sqrt{a^{2} b}$.

**Nhân xét:** Tổng quát hơn, với biểu thức $A, B$ mà $B\geq 0$, ta có $\sqrt{A^{2} B}=|A|\sqrt{B}$.

**Ví du 6.** Rút gọn các biểu thức sau:
a) $\sqrt{50}$; b) $-\sqrt{27}⋅\sqrt{48}$; c) $\sqrt{5y}⋅\sqrt{15y}$ với $y\leq 0$.

Hướng dẫn giải:
a) $\sqrt{50}=\sqrt{25⋅2}=\sqrt{5^{2}⋅2}=5\sqrt{2}$.
b) $-\sqrt{27}⋅\sqrt{48}=-\sqrt{3^{2}⋅3}⋅\sqrt{4^{2}⋅3}=-3\sqrt{3}⋅4\sqrt{3}=-12 (\sqrt{3}) ^{2}=-36$.
c) $\sqrt{5y}⋅\sqrt{15y}=\sqrt{5y⋅15y}=\sqrt{5^{2}⋅y^{2}⋅3}=5\sqrt{3} (-y) =-5\sqrt{3}y ($vì $y\leq 0)$.

**Ví dụ 7:** Đưa thừa số vào trong dấu căn bậc hai.
a) $7\sqrt{2}$; b) $-5\sqrt{3}$; c) $b\sqrt{\frac{7}{ b}}$, với $b>0$.

**Hướng dẫn giải:**a) $7\sqrt{2}=\sqrt{7^{2}⋅2}=\sqrt{98}$.
b) $-5\sqrt{3}=-\sqrt{5^{2}⋅3}=-\sqrt{75}$.
c) $b\sqrt{\frac{7}{b}}=\sqrt{b^{2}⋅\frac{7}{b}}=\sqrt{7b} ($vì $b>0)$.

**B. BÀI TẬP CƠ BẢN**

**Bài 4.** Tính:

1. $\sqrt{8}$; 2. $\sqrt{32}$; 3. $\sqrt{50}$; 4. $\sqrt{72}$; 5. $\sqrt{98}$; 6. $\sqrt{128}$; 7. $\sqrt{162}$;

8. $\sqrt{200}$; 9. $\sqrt{242}$; 10. $\sqrt{288}$; 11. $\sqrt{338}$; 12. $\sqrt{392}$; 13. $\sqrt{450}$; 14. $\sqrt{12}$;

15. $\sqrt{48}$; 16. $\sqrt{75}$; 17. $\sqrt{108}$; 18. $\sqrt{192}$; 19. $\sqrt{243}$; 20. $\sqrt{300}$; 21. $\sqrt{363}$;

22. $\sqrt{20}$; 23. $\sqrt{45}$; 24. $\sqrt{80}$; 25. $\sqrt{125}$; 26. $\sqrt{180}$; 27. $\sqrt{245}$; 28. $\sqrt{320}$;

29. $\sqrt{405}$; 30. $\sqrt{500}$; 31. $\sqrt{24}$; 32. $\sqrt{54}$; 33. $\sqrt{96}$; 34.  35) 

36) $\sqrt{294}$; 37) $\sqrt{384}$; 38) $\sqrt{486}$; 39) $\sqrt{600}$; 40) $\sqrt{28}$; 41) $\sqrt{63}$; 42) $\sqrt{112}$;
43) $\sqrt{175}$; 44) $\sqrt{252}$; 45) $\sqrt{343}$; 46) $\sqrt{448}$; 47) $\sqrt{567}$; 48) $\sqrt{700}$; 49) $\sqrt{1000}$;
50) $\sqrt{0, 16}$; 51) $\sqrt{1, 44}$; 52) $\sqrt{5, 29}$; 53) $\sqrt{\frac{9}{16}}$; 54) $\sqrt{\frac{25}{144}}$; 55) $\sqrt{\frac{289}{36}}$; 56) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$;
57) $\sqrt{2\frac{7}{81}}$; 58) $\sqrt{2\frac{14}{25}}$; 59) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$; 60) $\sqrt{10\frac{9}{16}}$.

**Bài 5.** Tính

1. $\sqrt{63}⋅\sqrt{7}$; 2. $(-2\sqrt{2}) ⋅\sqrt{10}$; 3. $(-7\sqrt{7}) ⋅ (-2\sqrt{8})$; 4. $3\sqrt{3}. 5\sqrt{6}$;

5. $2\sqrt{3}⋅3\sqrt{6}$; 6. $\sqrt{10}⋅\sqrt{40}$; 7. $\sqrt{36⋅0, 25}$; 8. $\sqrt{0, 81}⋅\sqrt{1000}$;

9. $\sqrt{4}⋅\sqrt{5}⋅\sqrt{80}$; 10. $\sqrt{5}⋅\sqrt{45}$; 11. $\sqrt{52}⋅\sqrt{13}$; 12. $(8\sqrt{6}) ⋅ (-2\sqrt{24})$;

13. $9\sqrt{3}⋅3\sqrt{27}$; 14. $\sqrt{2}⋅\sqrt{162}$; 15. $3\sqrt{5}⋅ (-10\sqrt{3})$; 16. $\left(\frac{1}{2}\sqrt{5}\right)⋅ (-6\sqrt{2})$;

17. $\frac{2}{3}\sqrt{7}⋅\left(-\frac{9}{16}\sqrt{3}\right)$; 18. $\sqrt{0, 09⋅25}$; 19. $\sqrt{28, 9. 10^{3}}$; 20. $\sqrt{75. 3^{3}}$;

21. $\sqrt{1, 5⋅360⋅15}$; 22. $\sqrt{6, 4}⋅\sqrt{50}⋅\sqrt{45}$; 23. $\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^{2}⋅\sqrt{0, 09}$; 24. $\sqrt{\left(-\frac{7}{5}\right)^{2}}⋅\sqrt{0, 25}$.

**Bài 6.** Rút gọn các biểu thức sau:

1. $\sqrt{18x}⋅\sqrt{8x}$ với $x\geq 0$; 2. $\sqrt{6y}⋅\sqrt{24y}$ với $y<0$; 3. $\sqrt{75 (x-18) ^{2}}$ với $x>18$;

4. $\sqrt{54 (2-x) ^{2}}$ với $x<2$; 5. $\sqrt{108 (a+12) ^{2}}$ với $a\leq -12$; 6. $\sqrt{180 (x-7) ^{2}}$ với $x<7$;

7. $\sqrt{175\left(x^{2}-4x+4\right)}$ với $x\geq 2$; 7. $\sqrt{96\left(9x^{2}-12x+4\right)}$ với $x<\frac{2}{3}$; 8. $3\sqrt{4b^{6}}+7b^{3}$ với $b<0$;

9. $\sqrt{0, 6}⋅\sqrt{150 (a-1) ^{2}}$ với $a\leq 1$; 10. $\sqrt{36x^{4}}-5x^{2}+3$; 11. $\sqrt{81a^{4}}-21a^{2}+7$;

12. $\frac{3}{x-y}\sqrt{x^{4} (x-y) ^{2}}$ với $x>y$; 13. $\frac{3}{x-2y}\sqrt{16x^{8} (2y-x) ^{2}}$ với $x>2y$;

14. $\sqrt{49 (m-2) ^{2}}-5 m$ với $m<2$; 15. $7\sqrt{x^{2}}-5x$ với $x<0$; 16. $\sqrt{x^{2}}-\sqrt{ (6-x) ^{2}}$ với $0<x<6$;

17. $\sqrt{ (x-2) ^{2}}+\sqrt{ (x-7) ^{2}}$ vờ $2\leq x\leq 7$; 18. $\sqrt{64x^{2}}$ với $x<0$; 19. $\sqrt{5y}⋅\sqrt{80y}-7y$ với $y\geq 0$.

**Bài 7.** Đưa thừa số vào trong dấu căn bậc hai.
I) $3\sqrt{2}$; 2) $4\sqrt{5}$; 3) $2\sqrt{7}$; 4) $10\sqrt{3}$; 5) $-8\sqrt{3}$ 6) $-5\sqrt{10}$; 7) $-12\sqrt{3}$; 8) $-7\sqrt{5}$;
9) $2\sqrt{x}$ với $x\geq 0$; 10) $x\sqrt{7}$ với $x\geq 0$; 11) $x\sqrt{5}$ với $x<0$; 12. $(x-1) \sqrt{3}$ với $x>1$;

13. $4a\sqrt{\frac{5}{7a}}$ với $a>0$; 14. $-2x\sqrt{\frac{5}{8x^{2}}}$ với $x>0$; 15. $2x\sqrt{\frac{3}{4\left(x^{2}+1\right)}}$ với $x<0$; 16. $3a\sqrt{\frac{7}{18a^{2}}}$ với $a<0$.

**Bài 8.** Cho hình chữ nhật có chiều rộng $a (cm)$, chiều dài $b (cm) $và diện tích $S\left(cm^{2}\right)$.

1. Tìm $S$, biết $a=\sqrt{18}, b=\sqrt{72}$.

2. Tìm $S$, biết $a=\sqrt{27}, b=\sqrt{108}$.

**Bài 9.** Một hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là $\sqrt{112} m$ và $\sqrt{28} m$. Tính diện tích của hình chữ nhật.

**Bài 10.** Một hình chữ nhật có chiều rộng và độ dài đường chéo lần lượt là $\sqrt{18} cm$ và $24 cm$. Tính diện tích của hình chữ nhật.

**Bài 11.** Tính độ dài cạnh của một khu vườn hình vuông (kết quả làm tròn đến hàng phần mười), biết diện tích của nó bằng diện tích của khu vườn hình chư nhật có chiều rộng 6, 3 $m$ và chiều dài $24 m$.

**Bài 12.** Tốc độ âm thanh $v (m/s) $gần bề mặt Trái Đất được cho bởi $v=20\sqrt{T+273}$, trong đó $T\left( ^{∘}C\right)$ là nhiệt độ bề mặt Trái Đất (nguồn: [https: //phys](https://phys). [libretexts. org](http://libretexts.org)). Tính tốc độ âm thanh gần bề mặt Trái Đất khi nhiệt độ bề mặt lần lượt là $12^{∘}C$ và $34^{∘}C$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

**Bài 13.** Khi bay vào không gian, trọng lượng $P (m) $của một phi hành gia ở vị trí cách mặt đất một độ cao $h (m) $được tính theo công thức: $P=\frac{28014⋅10^{12}}{\left(64⋅10^{5}+h\right)^{2}}$.

 (Nguồn: Chuyên đề Vật lí 11, NXB Đại học Sư phạm, năm 2023)

1. Trọng lượng của phi hành gia là bao nhiêu Newton khi cách mặt đất $10500 m$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

2. Ở độ cao bao nhiêu mét thì trọng lượng của phi hành gia là $650 N$ (làm tròn kết quả đến। hàng phần mười)?

**Bài 14.** Biến đổi biểu thức trong căn thành bình phương của một tổng hay một hiệu rồi từ đó phá bớt một lớp căn.

1. $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$; 2. $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$; 3. $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$; 4. $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$; 5. $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$;

6. $\sqrt{5+2\sqrt{6}}$; 7. $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$; 8. $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$; 9. $\sqrt{11-2\sqrt{30}}$; 10. $\sqrt{21-4\sqrt{17}}$;

11. $\sqrt{11-4\sqrt{7}}$; 12. $\sqrt{11+2\sqrt{30}}$; 13. $\sqrt{7-2\sqrt{10}}$; 14. $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$; 15. $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$;

16. $\sqrt{10-2\sqrt{21}}$; 17. $\sqrt{11+2\sqrt{18}}$; 18. $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$; 19. $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$; 20. $\sqrt{12-2\sqrt{35}}$;

21. $\sqrt{9+4\sqrt{5}}$; 22. $\sqrt{16-2\sqrt{55}}$; 23. $\sqrt{14-2\sqrt{33}}$; 24. $\sqrt{14-6\sqrt{5}}$; 25. $\sqrt{12+2\sqrt{35}}$;

26. $\sqrt{15-6\sqrt{6}}$; 27. $\sqrt{16+2\sqrt{55}}$; 28. $\sqrt{25-4\sqrt{6}}$; 29. $\sqrt{14-8\sqrt{3}}$; 30. $\sqrt{17-12\sqrt{2}}$;

31. $\sqrt{25+4\sqrt{6}}$; 32. $\sqrt{21-6\sqrt{6}}$; 33. $\sqrt{14+8\sqrt{3}}$; 34. $\sqrt{17+12\sqrt{2}}$; 35. $\sqrt{13+4\sqrt{10}}$;

36. $\sqrt{33-20\sqrt{2}}$; 37. $\sqrt{21+6\sqrt{6}}$; 38. $\sqrt{13-4\sqrt{10}}$; 39. $\sqrt{46+6\sqrt{5}}$; 40. $\sqrt{29-12\sqrt{5}}$;

41. $\sqrt{36+12\sqrt{5}}$; 42. $\sqrt{35-12\sqrt{6}}$; 43. $\sqrt{33+20\sqrt{2}}$; 44. $\sqrt{36-12\sqrt{5}}$; 45. $\sqrt{46-6\sqrt{5}}$;

46. $\sqrt{29+12\sqrt{5}}$; 47. $\sqrt{27+12\sqrt{2}}$; 48. $\sqrt{49-20\sqrt{6}}$; 49. $\sqrt{98-16\sqrt{3}}$; 50. $\sqrt{2-\sqrt{3}}$;

51. $\sqrt{4+\sqrt{15}}$; 52. $\sqrt{5-\sqrt{21}}$; 53. $\sqrt{3-\sqrt{5}}$; 54. $\sqrt{2+\sqrt{3}}$; 55. $\sqrt{4-\sqrt{15}}$;

56. $\sqrt{8-\sqrt{55}}$; 57. $\sqrt{7+\sqrt{33}}$; 58. $\sqrt{6+\sqrt{35}}$; 59. $\sqrt{7-3\sqrt{5}}$; 60. $\sqrt{23+3\sqrt{5}}$;

61. $\sqrt{7-\sqrt{33}}$; 62. $\sqrt{8+\sqrt{55}}$; 63. $\sqrt{8-\sqrt{35}}$; 64. $\sqrt{6-\sqrt{35}}$.

**II. CĂN THỨC BẬC HAI CỦA MỘT THƯƠNG**

* **Kiến thức cần nhớ**

Với số thực $a$ không âm và số thực $b$ dương, ta có $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Tổng quát hơn, ta có:

Với biểu thức $A$ nhận giá trị không âm và biểu thức $B$ nhận giá trị dương, ta có

$\sqrt{\frac{A}{B}}=\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$.

**Ví dụ 8.** Tính:
a) $\sqrt{\frac{25}{81}}$ b) $\sqrt{\frac{75}{48}}$.

Huớng dẫn giải:
a) $\sqrt{\frac{25}{81}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}}=\frac{5}{9}$
b) $\sqrt{\frac{75}{48}}=\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{5}{4}$.

**Ví dụ 9:** Tính:
a) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}}$ b) $\sqrt{150}: \sqrt{3}$; c) $\sqrt{\frac{5}{14}}: \sqrt{1\frac{3}{7}}$.

**Hướng dẫn giải:**

a) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{147}{3}}=\sqrt{49}=7$.
b) $\sqrt{150}: \sqrt{3}=\sqrt{\frac{150}{3}}=\sqrt{50}=\sqrt{5^{2}⋅2}=5\sqrt{2}$.
c) $\sqrt{\frac{5}{14}}: \sqrt{1\frac{3}{7}}=\sqrt{\frac{5}{14}}: \sqrt{\frac{10}{7}}=\sqrt{\frac{5}{14}⋅\frac{7}{10}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$.

**Nhân xét:** Như hai ví dụ trên, tuỳ từng trường hợp mà ta biến đổi $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ hoặc $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}} (a\geq 0$ và $b>0) $để việc tính toán trở nên dễ dàng hơn.

**Ví dụ 10:** Rút gọn các biểu thức sau:
a) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ b) $\sqrt{\frac{25 (x+1) ^{2}}{36}}$; c) $\frac{\sqrt{5x^{3}y^{4}}}{\sqrt{125x^{3}}}$ với $x>0$.

Huớng dẫn giải:
a) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2^{2}⋅3}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{12}{6}}=\sqrt{2}$.
b) $\sqrt{\frac{25 (x+1) ^{2}}{36}}=\frac{\sqrt{25 (x+1) ^{2}}}{\sqrt{36}}=\frac{\sqrt{25}⋅\sqrt{ (x+1) ^{2}}}{6}=\frac{5|x+1|}{6}$.
c) $\frac{\sqrt{5x^{3}y^{4}}}{\sqrt{125x^{3}}}=\sqrt{\frac{5x^{3}y^{4}}{125x^{3}}}=\sqrt{\frac{y^{4}}{25}}=\frac{\sqrt{\left(y^{2}\right)^{2}}}{\sqrt{25}}=\frac{y^{2}}{5}$.

**BÀl TẬP CƠ BẢN**

**Bài 15.** Tính:

1. $\sqrt{\frac{4}{9}}$; 2. $\sqrt{108}: \sqrt{3}$; 3. $5\sqrt{3}: \sqrt{15}$; 4. $\sqrt{1\frac{13}{36}}$; 5. $\sqrt{2\frac{23}{49}}$; 6. $(15\sqrt{6}): (5\sqrt{3})$;

7. $ (-25\sqrt{12}): (-5\sqrt{6})$; 8. $36\sqrt{8}: 12\sqrt{2}$; 9. $4\sqrt{27}: (-2\sqrt{3})$; 10. $2\sqrt{48}: 2\sqrt{3}$;

11. $-3\sqrt{45}: \sqrt{15}$; 12. $7\sqrt{5}: \sqrt{35}$; 13. $5\sqrt{7}: (-\sqrt{35})$; 14. $6\sqrt{5}: \sqrt{30}$;

15. $\sqrt{\frac{3}{5}}: \sqrt{\frac{5}{12}}$; 16. $\sqrt{\frac{0, 49}{81}}$; 17. $\sqrt{3\frac{1}{16}}$; 18. $\sqrt{\frac{1}{25}⋅\frac{16}{81}}$; 19. $\sqrt{117}: (-\sqrt{13})$; 20. $\frac{\sqrt{5}⋅\sqrt{8}}{\sqrt{10}}$ 21. $\sqrt{\frac{25}{16}}: \sqrt{2\frac{4}{16}}$.

**Bài 16.** Rút gọn các biểu thức sau:

1. $\frac{\sqrt{192}}{\sqrt{12}}$; 2. $\frac{\sqrt{252}}{\sqrt{7}}$; 3. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{150}}$; 4. $\frac{\sqrt{492}}{\sqrt{123}}$; 5. $\frac{\sqrt{2300}}{\sqrt{23}}$ 6. $\frac{\sqrt{272}}{\sqrt{17}}$; 7. $\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{539}}$; 8. $\frac{\sqrt{12, 5}}{\sqrt{0, 5}}$;

9. $\frac{\sqrt{63y^{3}}}{\sqrt{7y}}$ với $y>0$; 10. $\frac{\sqrt{48x^{3}}}{\sqrt{3x^{5}}}$ với $x>0$; 11. $\frac{\sqrt{45mn^{2}}}{\sqrt{20 m}}$ với $\left\{\begin{matrix}m>0\\n>0\end{matrix}\right.$; 12. $\sqrt{\frac{ (x+5) ^{2}}{16y^{4}}}$ với $\left\{\begin{matrix}x\geq -5\\y\ne 0\end{matrix}\right.$;

13. $\frac{\sqrt{3x^{2} (3-x) ^{2}}}{\sqrt{108}}$ với $x>1$; 14. $\frac{\sqrt{16a^{4} b^{6}}}{\sqrt{128a^{6} b^{6}}}$ với $\left\{\begin{matrix}a<0\\ b\ne 0\end{matrix}\right.$; 15. $\frac{\sqrt{6a^{2}b}}{\sqrt{54}}$ với $\left\{\begin{matrix}a\leq 0\\b\geq 0\end{matrix}\right.$;

16. $\frac{\sqrt{54 (x+1) ^{3}}}{\sqrt{6 (x+1) }}$ với $x>-1$; 17. $\left(x\sqrt{\frac{3}{x}}+3\sqrt{\frac{x}{3}}-\sqrt{27x^{3}}\right): \sqrt{3x}$ với $x>0$.

**Bài 17.** Cho hình chữ nhật có chiều rộng $a (cm)$, chiều dài $b (cm) $và diện tích $S\left(cm^{2}\right)$.

1. Tìm b, biết $S=5\sqrt{21}, a=\sqrt{15}$;

2. Tìm a, biết $S=13\sqrt{2}, b=\sqrt{13}$.

**Bài 18.** Biết rằng hình tam giác và hình chữ nhật ờ hình bên dưới có diện tích bằng nhau. Tính chiều rộng $x$ của hình chữ nhật.



**Bài 19.** Từ một tấm thép hình vuông, người thợ cắt ra hai mảnh hình vuông có diện tích lần lượt là $32 cm^{2}$ và $50 cm^{2}$ như Hình bên. Tính diện tích phần còn lại của tấm thép.

