

(Đề bài gồm 01 trang)

Bài I (2,0 điểm): Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$  và  $B = \frac{7\sqrt{x}-6}{x-4} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x+2}} - \frac{1}{2-\sqrt{x}}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 25$ .

2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ .

3) Cho biểu thức  $P = A \cdot B$ . Tìm số nguyên  $x$  lớn nhất để  $|P| + P = 0$ .

Bài II (2,0 điểm):

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai bạn Dũng và Tú xuất phát cùng một lúc từ địa điểm  $A$  để đi đến địa điểm  $B$  bằng phương tiện xe đạp điện. Mỗi giờ bạn Dũng đi nhanh hơn bạn Tú 4 km nên bạn Dũng đến  $B$  sớm hơn bạn Tú 10 phút. Biết quãng đường  $AB$  dài 28 km, tính vận tốc xe của mỗi bạn. Hỏi bạn Dũng và bạn Tú đi như vậy có đúng vận tốc quy định hay không nếu căn cứ theo quy định vận tốc tối đa của xe đạp điện là 25km/h.

2) Một hình nón có độ dài đường sinh là 15 cm và bán kính đường tròn đáy là 9 cm. Tính thể tích của hình nón đó. (lấy  $\pi \approx 3,14$ )

Bài III (2,5 điểm):

1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{1}{|3x-4|} + 3\sqrt{y+1} = 2 \\ \frac{3}{|3x-4|} + 5\sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

2) Cho (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = (2m+1)x - m^2 - 2$  với  $m$  là tham số.

a) Tìm các giá trị của  $m$  để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi  $x_1, x_2$  là hoành độ giao điểm của (d) và (P) Tìm các giá trị của  $m$  để  $x_1^2 + (2m+1)x_2 - 2x_1x_2 = 7$

Bài IV.(3 điểm). Từ điểm  $A$  ngoài đường tròn ( $O$ ) kẻ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  ( $B, C$  là tiếp điểm) và một cát tuyến  $ADE$  nằm giữa hai tia  $AO$  và  $AB$ . Gọi  $H$  là giao của  $BC$  với  $AO$

1) Chứng minh: tứ giác  $ABOC$  nội tiếp;

2) Chứng minh:  $AH \cdot AO = AD \cdot AE$  và  $HB$  là tia phân giác của góc  $DHE$ ;

3) Gọi  $X, Y, Z$  lần lượt là hình chiếu của  $D$  lên  $AO, HE, OE$  Chứng minh 3 điểm  $X, Y, Z$  thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm): Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn  $1 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = (2x-5)(3-2y)$ .

**ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN CHẤM**

**Bài I (2,0 điểm)**

Câu	Nội dung	Điểm
1) (0,5 điểm)	Thay $x = 25$ (TMĐK) vào biểu thức $A$ , ta được: $A = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{25} + 1} = \frac{5}{5 + 1} = \frac{5}{6}$ Vậy $A = \frac{5}{6}$ khi $x = 25$	0,25  0,25
2) (1,0 điểm)	Với $x \geq 0; x \neq 4$ , ta có: $B = \frac{7\sqrt{x}-6}{x-4} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{2-\sqrt{x}}$ $= \frac{7\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}$	0,25
	$= \frac{7\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{7\sqrt{x}-6+x-3\sqrt{x}-2\sqrt{x}+6+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{x+3\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{(\sqrt{x}+2) \cdot (\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$	0,25
	Vậy $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$	0,25
3) (0,5 điểm)	+) Ta có: $P = A.B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ +) Với $x \geq 0; x \neq 4$ , ta có: $ P  + P = 0$ $\Leftrightarrow  P  = -P$ $\Leftrightarrow P \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \leq 0$	0,25

	<p>Với <math>x \geq 0; x \neq 4 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0</math></p> <p>Nên để <math>\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \leq 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 2 &lt; 0</math></p> <p><math>\Rightarrow \sqrt{x} &lt; 2 \Rightarrow x &lt; 4</math></p> <p>+) Kết hợp ĐKXD, ta có: <math>0 \leq x &lt; 4</math></p> <p>Mà <math>x</math> là số nguyên lớn nhất nên <math>x = 3</math> (tmđk)</p>	0,25
--	--	------

### Bài II (2,0 điểm)

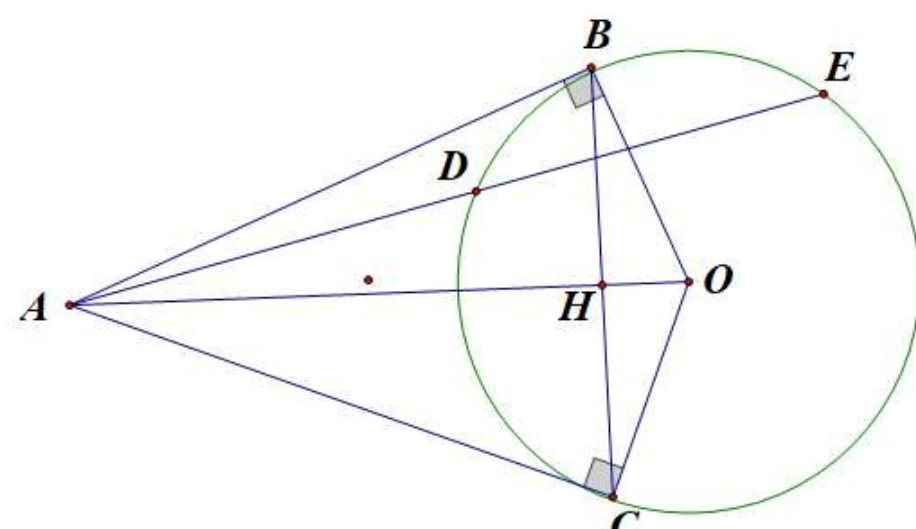
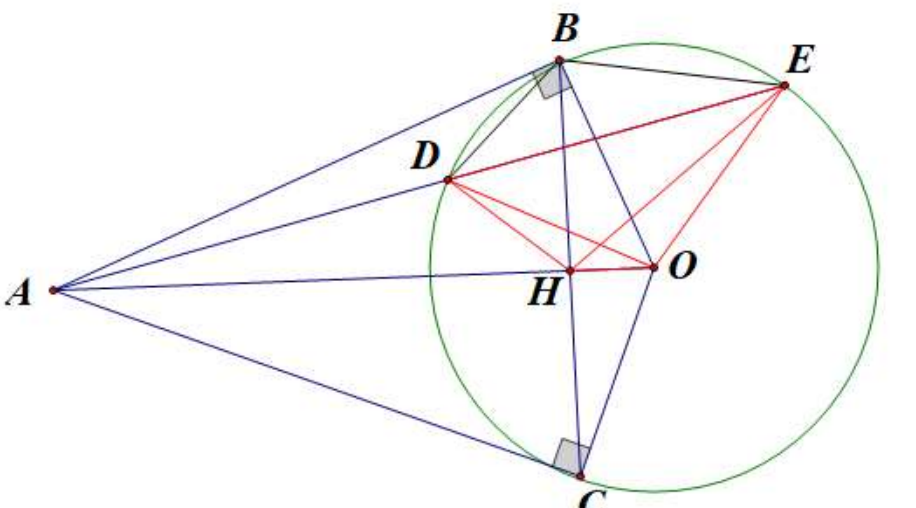
1 (1,5 điểm)	Gọi vận tốc xe của bạn Tú là $x$ (km/h, $x > 0$ ) Khi đó vận tốc xe của bạn Dũng là $x + 4$ (km/h).	0,25 0,25
	Thời gian bạn Tú đi hết quãng đường $AB$ là: $\frac{28}{x}$ (h) Thời gian bạn Dũng đi hết quãng đường $AB$ là: $\frac{28}{x+4}$ (h)	0,25
	Vì bạn Dũng đến B sớm hơn bạn Tú 10 phút tức là $\frac{1}{6}$ (h) nên ta có phương trình: $\frac{28}{x} - \frac{28}{x+4} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x^2 + 4x - 672 = 0$	0,25
	Giải phương trình ta được $x_1 = 24$ (TMĐK); $x_2 = -28$ (Loại)	0,25
	Vận tốc xe của Tú là 24 km/h, vận tốc xe của Dũng là 28 km/h. Như vậy thì bạn Tú đi đúng vận tốc quy định, còn bạn Dũng đi không đúng vận tốc quy định.	0,25
2 (0,5 điểm)	Ký hiệu độ dài đường sinh của hình nón là $l = 15$ cm, bán kính đáy nón là $R = 9$ cm, chiều cao là $h$	
	Chiều cao của hình nón bằng $h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ cm.	0,25
	Thể tích của hình nón bằng : $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9^2 \cdot 12 = 324\pi \approx 1017,36$ (cm <sup>3</sup> )	0,25

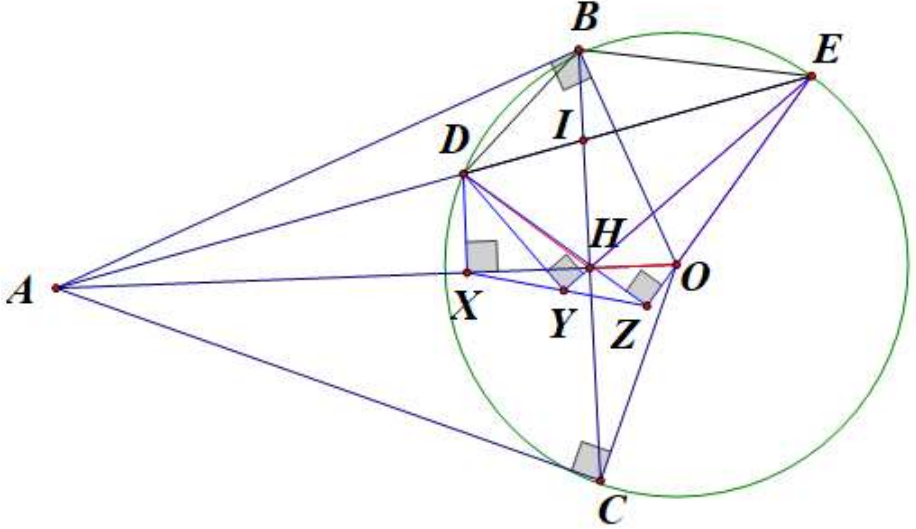
### Bài III (2,5 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
1 (1,0 điểm)	$\begin{cases} \frac{1}{ 3x-4 } + 3\sqrt{y+1} = 2 \\ \frac{3}{ 3x-4 } + 5\sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$ <p>Điều kiện: <math>x \neq \frac{4}{3}; y \geq -1</math></p> <p>Đặt <math>a = \frac{1}{ 3x-4 }; b = \sqrt{y+1}</math> (<math>a &gt; 0; b \geq 0</math>).</p>	0,25

	<p>Hệ phương trình trở thành</p> $\begin{cases} a+3b=2 \\ 3a+5b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2-3b \\ 3(2-3b)+5b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2-3b \\ -4b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$	
	<p>Trở lại ẩn cũ:</p> $\begin{cases} \frac{1}{ 3x-4 } = \frac{1}{2} \\ \sqrt{y+1} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}  3x-4  = 2 \\ y+1 = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 3x-4=2 \\ 3x-4=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{2}{3} \end{cases} \text{ (tm)} \\ y = \frac{-3}{4} \text{ (tm)} \end{cases}$	0,25
	<p>Vậy Hệ phương trình có 2 nghiệm <math>(x ; y)</math> là <math>\left(2; \frac{-3}{4}\right); \left(\frac{2}{3}; \frac{-3}{4}\right)</math></p>	0,25
	<p><b>a)</b> Xét phương trình hoành độ giao điểm của <math>(d)</math> và <math>(P)</math>:  <math>x^2 = (2m+1)x - m^2 - 2 \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + m^2 + 2 = 0</math> (1)  Tính được:  <math>\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 + 2) = 4m^2 + 4m + 1 - 4m^2 - 8 = 4m - 7</math></p>	0,25
	<p>Để <math>(d)</math> cắt <math>(P)</math> tại hai điểm phân biệt  Khi pt (1) có 2 nghiệm phân biệt  <math>\Rightarrow \Delta &gt; 0 \Leftrightarrow 4m - 7 &gt; 0 \Leftrightarrow m &gt; \frac{7}{4}</math> (*)</p>	0,25
2) (1,5 điểm)	<p>Gọi <math>x_1; x_2</math> là hai nghiệm của phương trình (1)  Theo định lý Viète, ta có: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \text{ (2)} \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 2 \text{ (3)} \end{cases}</math>  Mà <math>x_1^2 + (2m+1)x_2 - 2x_1x_2 = 7</math> (4)  Thay (2) vào (4) ta được: <math>x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 - 2x_1x_2 = 7</math></p>	0,25
	$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 - 2x_1x_2 = 7$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 7$ $\Leftrightarrow (2m+1)^2 - 3(m^2 + 2) = 7$ $\Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 3m^2 - 6 - 7 = 0$ $\Leftrightarrow m^2 + 4m - 12 = 0$ $\Leftrightarrow (m-2)(m+6) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \text{ (TM)} \\ m = -6 \text{ (L)} \end{cases}$ <p>Vậy <math>m = 2</math> là giá trị cần tìm.</p>	0,25

**Bài IV (3,0 điểm)**

Câu	Nội dung	Điểm
Hình vẽ		0,25
1) (0,75 điểm)	+) lập luận : $\widehat{ABO} = 90^\circ$ +) lập luận: $\widehat{ACO} = 90^\circ$ +) Chứng minh: Tứ giác $ABOC$ nội tiếp	0,25 0,25 0,25
2) (1,5 điểm)		
	+) Chứng minh: $\triangle ABD \sim \triangle AEB$ (g.g) + chỉ ra : $AD.AE = AB^2$ (1)	0,25
	+) lập luận $AO$ là đường trung trực của $BC \Rightarrow AO \perp BC$ tại H	0,25
	+) Chỉ ra: $AH.AO = AB^2$ (HTL trong tam giác vuông) (2) Từ (1) và (2) suy ra: $AH.AO = AD.AE$	0,25
	+) Từ $AH.AO = AD.AE$ Suy ra: $\frac{AH}{AE} = \frac{AD}{AO}$ mà $\widehat{DAH}$ chung	
	+) Chứng minh: $\triangle AHD \sim \triangle AEO$ (c.g.c)	0,25
	+ chỉ ra $\widehat{AHD} = \widehat{AEO}$ hay $\widehat{AHD} = \widehat{EDO}$ (do $\widehat{DEO} = \widehat{EDO}$ vì $\triangle ODE$ cân tại O) Chứng minh tứ giác: $DHOE$ nội tiếp	

	$\Rightarrow \widehat{EDO} = \widehat{EHO}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung $EO$ )	0,25
	+ chỉ ra $\widehat{AHD} = \widehat{EHO}$ +) chứng minh được $\widehat{DHB} = \widehat{EHB}$ (cùng phụ với 2 góc bằng nhau) Do đó $HB$ là tia phân giác của $\widehat{DHE}$	0,25
3) (0,5 điểm)		0,25
	+ Ta có $\widehat{AHD} = \widehat{EDO}$ (cmt) hay $\widehat{XHD} = \widehat{DEO}$ + Chứng minh được tứ giác $DX YH$ nội tiếp (do $\widehat{DXH} = \widehat{DYH} = 90^\circ$ ) suy ra $\widehat{XYD} = \widehat{XHD}$ + Chứng minh được tứ giác $DYZE$ nội tiếp suy ra $\widehat{EYZ} = \widehat{EDZ}$ Khi đó $\widehat{XYZ} = \widehat{XYD} + \widehat{DYE} + \widehat{EYZ} = \widehat{XHD} + 90^\circ + \widehat{EDZ}$ $= \widehat{DEO} + \widehat{EDZ} + 90^\circ$ Mà $\triangle DEZ$ vuông tại $Z$ nên $\widehat{DEO} + \widehat{EDZ} = 90^\circ$ Nên $\widehat{XYZ} = 180^\circ$ vậy 3 điểm $X, Y, Z$ thẳng hàng (đpcm)	0,25

**Bài V (0,5 điểm)**

$\begin{aligned} \text{Ta có : } 1 \leq x \leq 2 &\Rightarrow (x-1)(x-2) \leq 0 \Rightarrow 3x \geq x^2 + 2 \\ 2 \leq y \leq 3 &\Rightarrow (y-2)(y-3) \leq 0 \Rightarrow 5y \geq y^2 + 6 \\ \text{Khi đó } P &= (2x-5)(3-2y) = 6x+10y-4xy-15 \\ &= 2(3x+5y-2xy)-15 \geq 2(x^2-2xy+y^2+8)-15 \\ &= 2(x-y)^2 + 1 \geq 1 \end{aligned}$	0,25
$\text{Dấu “=” xảy ra khi } \begin{cases} 3x = x^2 + 2 \\ 5y = y^2 + 6 \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-2) = 0 \\ (y-2)(y-3) = 0 \\ x = y \end{cases} \Rightarrow x = y = 2 \text{ (tmdk)}$ <p>Vậy <math>P</math> đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 khi <math>x = y = 2</math>.</p>	0,25

*Chú ý: Các cách giải khác đúng vẫn cho điểm tối đa*

