

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 (2 điểm): Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-5}}$; $B = \frac{1}{\sqrt{x+5}} - \frac{5}{25-x}$ (với $x > 0; x \neq 25$).

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.
- 2) Rút gọn $M = B : A$.
- 3) Tìm các số thực x để $|M| = M$.

Bài 2 (2 điểm):

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai tổ của một nhà máy sản xuất khẩu trang lúc đầu trong một ngày sản xuất được 200000 chiếc khẩu trang. Để đáp ứng nhu cầu khẩu trang trong mùa dịch cúm A gây nên mỗi ngày tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 20%, khi đó cả hai tổ sản xuất được 236250 chiếc khẩu trang. Hỏi ban đầu trong một ngày mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu khẩu trang?

2) Một quả pha lê hình cầu có diện tích mặt cầu bằng $64\pi cm^2$. Tính thể tích quả cầu pha lê đó (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến chữ thập phân thứ nhất).

Bài 3 (2,5 điểm):

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} |x-1| + \frac{3}{\sqrt{y-2}} = 4 \\ 5|x-1| - \frac{2}{\sqrt{y-2}} = 3 \end{cases}$$

2) Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x - m + 1$ (với m là tham số)

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1; 3)$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$

sao cho $x_1 x_2 (y_1 + y_2) + 48 = 0$.

Bài 4 (3 điểm): Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O;R) kẻ tiếp tuyến MA (A là tiếp điểm) và cát tuyến MBC không đi qua tâm O (điểm B nằm giữa hai điểm M và C). Gọi H là trung điểm BC. Đường thẳng OH cắt đường tròn (O;R) tại hai điểm N và K (trong đó điểm K thuộc cung BAC). Gọi D là giao điểm của AN và BC.

1. Chứng minh tứ giác AKHD là tứ giác nội tiếp.

2. Chứng minh: $NB^2 = NA \cdot ND$.

3. Chứng minh rằng khi đường tròn (O;R) và điểm M cố định đồng thời cát tuyến MBC thay đổi thì điểm D nằm trên một đường tròn cố định.

Bài 5 (0,5 điểm): Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức: $Q = \frac{x^3}{y+z} + \frac{y^3}{z+x} + \frac{z^3}{x+y}$.