

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: **TOÁN 9**

Ngày thi: 16/5/2024

Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu I (2 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+11\sqrt{x}+6}{9-x}$ (với $x \geq 0$; $x \neq 9$).

1) Tính giá trị của A khi $x = 16$.

2) Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$.

3) Đặt $M = A : B$. Tìm các giá trị của x để $\left| M - \frac{1}{2} \right| > M - \frac{1}{2}$.

Câu II (2 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Quãng đường AB dài 120 km, một ô tô đi từ A đến B với vận tốc không đổi. Khi từ B về A , ô tô giảm vận tốc 12 km/h so với lúc đi, do đó thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc ô tô đi từ A đến B .

2) Nón lá dùng để che nắng, mưa, làm quạt khi trời nóng. Ngày nay nón lá cũng được xem là món quà đặc biệt cho du khách nước ngoài khi đến tham quan Việt Nam. Biết rằng một chiếc nón lá có đường kính vành là 40 cm, đường sinh của nón là 30 cm. Để tạo độ bóng và giữ cho nón được bền, người ta quét lớp nhựa thông đều lên mặt ngoài của nón. Tính diện tích bề mặt nón cần quét nhựa thông (đơn vị tính là cm^2 và lấy $\pi \approx 3,14$).

Câu III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \frac{1}{y+1} = 2 \\ 3\sqrt{x} - \frac{2}{y+1} = 1. \end{cases}$$

2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2x + m - 1$ và parabol $(P): y = -x^2$ (m là tham số).

a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm m để thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$; $B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $(y_1 - y_2)^2 = 16$.

Câu IV (3 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ với dây cung AB không đi qua tâm. Kẻ đường kính CD vuông góc với dây cung AB tại điểm M (điểm C thuộc cung nhỏ AB). Trên cung nhỏ BD lấy điểm E . Gọi H là giao điểm của CE và AB .

1) Chứng minh tứ giác $MDEH$ là tứ giác nội tiếp.

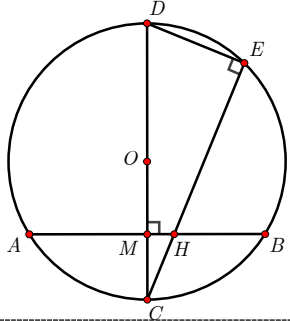
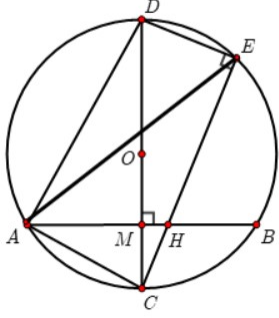
2) Chứng minh $AC^2 = CH \cdot CE$.

3) Đường thẳng đi qua điểm M và song song với CE cắt đường thẳng AE tại điểm F . Đường thẳng đi qua F và song song với AB cắt đường thẳng đi qua B song song với MF tại điểm K . Chứng minh DF vuông góc với AE và ba điểm D, E, K thẳng hàng.

Câu V (0,5 điểm) Giải phương trình $(\sqrt{x}+1)[2-(x-6)\sqrt{x-3}] = x+8$.

..... Hết

Câu	Ý	Sơ lược lời giải	Điểm	
Câu I 2 điểm	1	Thay $x = 16$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A	0,25	
		$A = \frac{\sqrt{16}-1}{\sqrt{16}+3} = \frac{4-1}{4+3} = \frac{3}{7}$	0,25	
	2	Với $x \geq 0; x \neq 9$, ta có: $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+11\sqrt{x}+6}{9-x}$	0,25	
		$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{x+11\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25	
		$= \frac{x-3\sqrt{x}-x-6\sqrt{x}-9+x+11\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x+2\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25	
		$= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$	0,25	
	3	$M = A : B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$ $\left M - \frac{1}{2} \right > M - \frac{1}{2} \Leftrightarrow M - \frac{1}{2} < 0$	0,25	
		$M - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-6-\sqrt{x}-3}{2(\sqrt{x}+3)} < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-9}{2(\sqrt{x}+3)} < 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}-9 < 0 \Leftrightarrow x < 81$ Kết hợp với điều kiện suy ra $0 \leq x < 81; x \neq 9$	0,25	
	Câu II 2 điểm	1	Gọi vận tốc lúc đi là x (km/h, $x > 12$)	0,25
			Thời gian đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ (giờ)	0,25
Vận tốc lúc về là : $x - 12$ (km/h)			0,25	
Thời gian đi từ B đến A là $\frac{120}{x-12}$ (giờ)			0,25	
Đổi 30 phút = 0,5 giờ			0,25	
Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{120}{x-12} - \frac{120}{x} = 0,5$			0,25	
Giải phương trình ta được: $x = 60(TM); x = -48(KTM)$			0,25	
Vậy vận tốc lúc đi là 60 km/h		0,25		
2	Diện tích cần quét nhựa thông là diện tích xung quanh của hình nón $S = \pi Rl \approx 3,14.20.30 = 1884 \text{ cm}^2$	0,25		
	Vậy diện tích cần quét nhựa thông xấp xỉ 1884 cm^2	0,25		
1	Điều kiện: $x \geq 0; y \neq -1$	0,25		

Câu III 2,5 điểm		Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x} \\ b = \frac{1}{y+1} \end{cases}$ hệ có dạng: $\begin{cases} a + b = 2 \\ 3a - 2b = 1 \end{cases}$	0,25
		Giải được $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$	0,25
		Giải được $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ (tmđk) Đổi chiếu với ĐKXD, kết luận.	0,25
	2a	Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P): $x^2 + 2x + m - 1 = 0$ (1).	0,25
		$\Delta' = 1 - (m - 1) = 1 - m + 1 = 2 - m$	0,25
		(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$ Kết luận.	0,25
2b	(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow m < 2$ Có $y_1 = 2x_1 + m - 1; y_2 = 2x_2 + m - 1$ $(y_1 - y_2)^2 = (2x_1 - 2x_2)^2 = 4(x_1 - x_2)^2$	0,25	
	$(x_1 - x_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4$	0,25	
	$(-2)^2 - 4(m - 1) = 4$ $m = 1$ (thỏa mãn) Kết luận.	0,25	
Câu IV 3,0 điểm	1)		0,25
		Chỉ ra $\widehat{DEC} = 90^\circ$ hay $\widehat{DEH} = 90^\circ$	0,25
		Chỉ ra $\widehat{HMD} = 90^\circ$ Xét tứ giác $MDEH$ có: $\widehat{DEH} + \widehat{HMD} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25
		Mà đây là hai góc đối nhau nên $MDEH$ là tứ giác nội tiếp (đpcm).	0,25
	2)		0,25
		+) Chứng minh : $\widehat{AC} = \widehat{CB}$	

	<p>+) C/m: $\widehat{CAH} = \widehat{AEC}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)</p>	0,25
	<p>+ C/m: $\Delta CAH \sim \Delta CEA$ (g.g)</p>	0,25
	<p>$\Rightarrow AC^2 = CH \cdot CE$</p>	0,25
		0,25
	<p>3) Chỉ ra $\widehat{AFM} = \widehat{AEC}$ (đồng vị) Mà $\widehat{AEC} = \widehat{ADC}$ nên $\widehat{AFM} = \widehat{ADM}$. C/m $ADFM$ là tứ giác nội tiếp</p>	
	<p>Suy ra $\widehat{AFD} = \widehat{AMD} = 90^\circ$. Từ đó $DF \perp AE$.</p>	0,25
	<p>Chỉ ra $MFKB$ là hình bình hành $\Rightarrow FK = MB$ và $FK \parallel MB$. Nêu được M là trung điểm của AB nên $MA = MB$. $\Rightarrow FK = MA$ và $FK \parallel MA$. Suy ra $AFKM$ là hình bình hành. Từ đó $AF \parallel MK$. Suy ra $DF \perp MK$ (1) Vì $FK \parallel MB$ nên $KF \perp MD$ (2).</p>	0,25
	<p>Từ (1) và (2) suy ra F là trực tâm tam giác MDK, từ đó $MF \perp DK$ gt: $MF \parallel CE$ nên $MF \perp DE$. Từ đó D, E, K là ba điểm thẳng hàng.</p>	0,25
Câu V 0,5 điểm	<p>ĐK: $x \geq 3$.</p>	
	<p>PT $\Leftrightarrow 2 - (x-6)\sqrt{x-3} = \frac{x+8}{\sqrt{x+1}}$</p>	0,25
	<p>$VT = \frac{x-1+9}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{x} - 1 + \frac{9}{\sqrt{x+1}} = \left(\sqrt{x+1} + \frac{9}{\sqrt{x+1}} \right) - 2 \geq 2\sqrt{9} - 2 = 4$.</p>	
	<p>$VP = 2 - (x-3-3)\sqrt{x-3} = 2 - \sqrt{(x-3)^3} + 3\sqrt{x-3}$ $= 4 - (t^3 - 3t + 2) = 4 - (t-1)^2(t+2) \leq 4; (t = \sqrt{x-3})$.</p>	
	<p>PT $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = \frac{9}{\sqrt{x+1}} \\ \sqrt{x-3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4$.</p>	0,25