

(Đề thi gồm 01 trang)

(Thời gian 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Bài I. (2,0 điểm): Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 3} \text{ và } B = \frac{4}{\sqrt{x} + 3} + \frac{2x - \sqrt{x} - 13}{x - 9} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} \text{ với } x \geq 0; x \neq 9$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$

2) Đặt $P = \frac{B}{A}$. Chứng minh $P = \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 3}$

3) Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của x để P nhận giá trị nguyên

Bài II. (2,0 điểm):

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 36 km. Khi đi từ B trở về A, người đó tăng vận tốc thêm 3 km/h, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 36 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B.

2) Bóng đèn huỳnh quang dài 1,2 mét được xem như là một hình trụ với đường kính đáy bằng 4 cm. Tính thể tích lượng khí chứa bên trong bóng đèn (độ dày của lớp vỏ thủy tinh xem như không đáng kể, lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III. (2,0 điểm):

1) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x-2}} + 3\sqrt{y+3} = 13 \\ \frac{2}{\sqrt{x-2}} + \sqrt{y+3} = 5 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 + mx + m - 1 = 0$ (1) với x là ẩn, m là tham số.

a) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tính giá trị của biểu thức:

$$A = (x_1 + 1)^2 (x_2 + 1)^2 + 2024$$

Bài IV. (3,5 điểm): Cho đường tròn (O) và dây cung BC cố định không đi qua O. Lấy điểm A di động trên cung lớn BC sao cho $AB < AC$ và ΔABC nhọn. Các đường cao BE, CF của ΔABC cắt nhau tại H. Gọi K là giao điểm của EF và BC.

1) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp.

2) Chứng minh $KB.KC = KE.KF$.

3) Gọi M là giao điểm của AK với đường tròn (O) (M khác A).

Chứng minh $KE.KF = KA.KM$ và MH vuông góc với AK.

Bài V. (0,5 điểm): Cho 2 số thực dương a, b .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a+b}{\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab}}{a+b}$

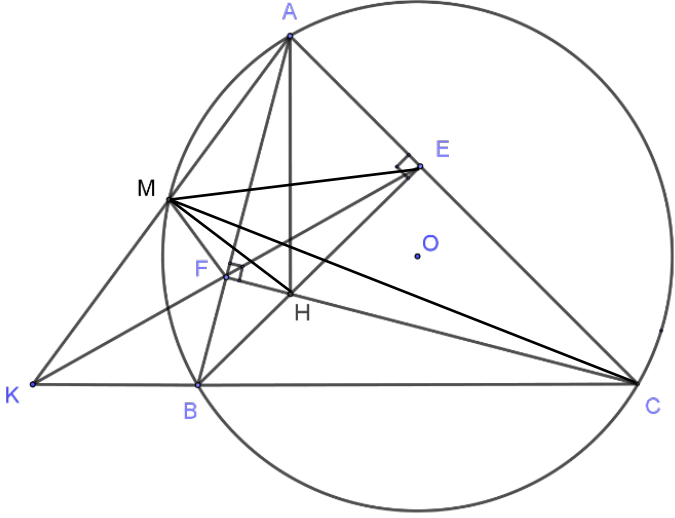
Giám thị không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh Số báo danh

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài	ý	NỘI DUNG	Điểm
Bài I (2đ)		Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 3}$ và $B = \frac{4}{\sqrt{x} + 3} + \frac{2x - \sqrt{x} - 13}{x - 9} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$ Với $x \geq 0; x \neq 9$	
	1 (0,5đ)	Thay $x = 4$ (TMDKXD) vào biểu thức A	0,25
		Tính được $A = \frac{\sqrt{4} + 5}{\sqrt{4} - 3} = -7$ và kết luận	0,25
	2 (1đ)	$P = \frac{B}{A} = \left(\frac{4}{\sqrt{x} + 3} + \frac{2x - \sqrt{x} - 13}{x - 9} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} \right) : \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 3}$ $= \left(\frac{4}{\sqrt{x} + 3} + \frac{2x - \sqrt{x} - 13}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} \right) : \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} - 3}$ $= \frac{4(\sqrt{x} - 3) + 2x - \sqrt{x} - 13 - \sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 5}$ $= \frac{x - 25}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 5}$ $= \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 3}$ Kết luận :....	0,25 0,25 0,25
	3 (0,5đ)	$P = \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 3} = 1 - \frac{8}{\sqrt{x} + 3}$ P nhận giá trị nguyên $\Leftrightarrow \frac{8}{\sqrt{x} + 3}$ có giá trị nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{x} + 3 \in U(8) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8\}$ Do $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 3 \geq 3$ nên: $\sqrt{x} + 3 \in \{4; 8\} \Leftrightarrow \sqrt{x} \in \{1; 5\} \Leftrightarrow x \in \{1; 25\}$ Vì x là số nguyên nhỏ nhất $\Rightarrow x = 1$	0,25 0,25
1 (1,5đ)	Gọi vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là x (km/h, $x > 0$) Thời gian của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là $\frac{36}{x}$ (giờ) Vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ B về A là $x + 3$ (km/h)	0,25 0,25	

Bài II (2,0 đ)		Thời gian của người đi xe đạp khi đi từ B đến A là $\frac{36}{x+3}$ (giờ)	0,25	
		Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 36 phút $= \frac{3}{5}(h)$	0,25	
		Ta có phương trình: $\frac{36}{x} - \frac{36}{x+3} = \frac{3}{5}$	0,25	
		Giải phương trình này ra hai nghiệm $\begin{cases} x = 12 \\ x = -15(\text{loại}) \end{cases}$	0,25	
		Vậy vận tốc của người đi xe đạp đi từ A đến B là 12 km/h	0,25	
2 (0,5 đ)		Bán kính đáy của bóng đèn là: $4 : 2 = 2$ (cm)	0,25	
		Chiều cao của bóng đèn là: $h = 1,2m = 120$ (cm)	0,25	
		\Rightarrow Thể tích của lượng khí chứa bên trong bóng đèn là: $V = \pi R^2 h \approx 3,14.2^2.120 = 1507,2(cm^3)$	0,25	
Bài III (2,0 đ)	1 (1,0đ)	* Điều kiện $\begin{cases} x > 2 \\ y \geq -3 \end{cases}$	0,25	
		* Đặt $u = \frac{1}{\sqrt{x-2}}; v = \sqrt{y+3}$, đk: $u > 0; v \geq 0$	0,25	
		ta có hệ: $\begin{cases} 2u + 3v = 13 \\ 2u + v = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{1}{2} \text{ (tm)} \\ v = 4 \end{cases}$	0,25	
		* Tìm được $\begin{cases} x = 6 \\ y = 13 \end{cases}$ (tm)	0,25	
		* Kết luận	0,25	
	2a (0,5đ)		Cho phương trình $x^2 + mx + m - 1 = 0$ (1) với m tham số	0,25
			a) $\Delta = m^2 - 4.(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geq 0$ với mọi m . Vậy phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m	0,25
2b (0,5đ)		b) Với mọi m , phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 Theo hệ thức Vi-ét: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -m \\ P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = m - 1 \end{cases}$ Ta có: $A = (x_1 + 1)^2 (x_2 + 1)^2 + 2024$ $A = [(x_1 + 1)(x_2 + 1)]^2 + 2024$ $A = (x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1)^2 + 2024$ $A = (m - 1 - m + 1)^2 + 2024$ $A = 0^2 + 2024$ $A = 2024$	0,25	

			0,25
Bài IV (3,5 đ)	1 (1,25đ)	<p>1) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp.</p> <p>Trong tam giác ΔABC ta có:</p> <p>$BE \perp AC$ tại E (tính chất đường cao) $\Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ$</p> <p>$CF \perp AB$ tại F (tính chất đường cao) $\Rightarrow \widehat{BFC} = 90^\circ$</p> <p>Xét tứ giác $BFEC$ có $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$ và E, F là hai đỉnh kề cùng nhìn cạnh BC dưới góc 90°</p> <p>\Rightarrow Tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn đường kính BC.</p>	0,25 0,25 0,25 0,5
	2 (1đ)	<p>2) Chứng minh $KB.KC = KE.KF$</p> <p>Xét ΔKBE và ΔKFC có:</p> <p>\widehat{BKF} chung</p> <p>$\widehat{KEB} = \widehat{KCF}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{BF} của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $BFEC$)</p> <p>ΔKBE đồng dạng ΔKFC (g - g) $\Rightarrow \frac{KB}{KF} = \frac{KE}{KC}$ (tính chất)</p> <p>$\Rightarrow KB.KC = KE.KF$ (đpcm)</p>	0,5 0,5
	3 (1đ)	<p>3) Chứng minh $KE.KF = KA.KM$ và $MH \perp AK$</p> <p>Xét ΔKCM và ΔKAB có:</p> <p>\widehat{BKM} chung</p> <p>$\widehat{KCM} = \widehat{KAB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{BM} của đường tròn (O))</p> <p>$\Rightarrow \Delta KCM$ đồng dạng ΔKAB (g - g)</p> <p>$\Rightarrow \frac{KC}{KA} = \frac{KM}{KB}$ (tính chất) $\Rightarrow KB.KC = KA.KM$</p> <p>Mà $KB.KC = KE.KF$ (cmt b)</p> <p>$\Rightarrow KE.KF = KA.KM$</p> <p>$\Rightarrow \frac{KF}{KM} = \frac{KA}{KE}$</p> <p>xét ΔKFA và ΔKEM có: \widehat{MKF} chung và $\frac{KF}{KM} = \frac{KA}{KE}$</p> <p>$\Delta KFA$ đồng dạng ΔKME (c - g - c) $\Rightarrow \widehat{KAF} = \widehat{KEM}$ (cặp góc tương ứng) hoặc $\widehat{MAF} = \widehat{FEM}$</p>	0,25 0,25

	<p>\Rightarrow Tứ giác $MAEF$ có hai đỉnh kề A, E cùng nhìn cạnh MF dưới một góc bằng nhau \Rightarrow Tứ giác $MAEF$ nội tiếp. (1)</p> <p>Cũng có BE và CF cắt nhau tại H và:</p> <p>$BE \perp AC$ tại E (tính chất đường cao) $\Rightarrow \widehat{HEA} = 90^\circ$</p> <p>$CF \perp AB$ tại F (tính chất đường cao) $\Rightarrow \widehat{HFA} = 90^\circ$</p> <p>$\Rightarrow$ tứ giác $AEHF$ có các đỉnh E, F cùng nhìn cạnh AH dưới một góc vuông.</p> <p>\Rightarrow Tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn đường kính AH (2)</p> <p>Từ (1) và (2) \Rightarrow Các điểm A, E, F, H, M cùng thuộc đường tròn đường kính AH.</p> <p>$\Rightarrow \widehat{AMH} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)</p> <p>$\Rightarrow AM \perp MH$ hoặc $AK \perp MH$ (đpcm).</p>	0,25
	<p>$\Rightarrow \widehat{AMH} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)</p> <p>$\Rightarrow AM \perp MH$ hoặc $AK \perp MH$ (đpcm).</p>	0,25
Bài V (0,5 đ)	<p>Cho 2 số thực dương a, b. Tìm GTNN của $P = \frac{a+b}{\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab}}{a+b}$</p>	
	<p>Ta có:</p> $P = \left(\frac{a+b}{4\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab}}{a+b} \right) + \frac{3(a+b)}{4\sqrt{ab}} \geq 2\sqrt{\frac{a+b}{4\sqrt{ab}} \cdot \frac{\sqrt{ab}}{a+b}} + \frac{3 \cdot 2\sqrt{ab}}{4\sqrt{ab}} = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ <p>Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b$</p> <p>Vậy GTNN của P là $\frac{5}{2}$</p>	0,5

Lưu ý: HS làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.