

**Bài I: (2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$  và  $B = \frac{x+4\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+2}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $B$  khi  $x=9$ .
- 2) Rút gọn biểu thức  $A$ .
- 3) Tìm các giá trị của  $x$  để biểu thức  $P = B : A$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài II: (2,0 điểm)**

- 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Khoảng cách giữa hai bến sông C và D là 48km. Một ca nô đi xuôi dòng từ bến C đến bến D, nghỉ 24 phút rồi đi ngược dòng quay lại bến C. Kể từ lúc khởi hành đến khi về tới bến C hết tất cả 4 giờ. Tìm vận tốc của ca nô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc nước chảy là 3km/h.

- 2) Một hình nón có độ dài đường sinh bằng 25 cm và bán kính đáy bằng 15 cm. Tính thể tích của hình nón đó (lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

**Bài III: (2,5 điểm)**

- 1) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \sqrt{x} - \frac{2}{y} = 3 \\ 3\sqrt{x} + \frac{4}{y} = 14 \end{cases}$$

- 2) Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = -x^2$  và đường thẳng  $(d): y = (m+1)x - 3$ .

- a) Với giá trị nào của  $m$  thì parabol  $(P)$  cắt đường thẳng  $(d)$  tại hai điểm phân biệt?
- b) Tìm các giá trị của  $m$  để parabol  $(P)$  cắt đường thẳng  $(d)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $|x_1 - x_2| = 4$ .

**Bài IV: (3,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O; R)$ . Kẻ đường cao  $AD$  của tam giác  $ABC$ . Tia  $AD$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $M$  ( $M$  khác  $A$ ). Từ điểm  $M$  kẻ  $ME$  vuông góc với  $AC$  tại  $E$ . Hai đường thẳng  $ED$  và  $AB$  cắt nhau tại điểm  $I$ .

- 1) Chứng minh tứ giác  $MDEC$  nội tiếp.
- 2) Chứng minh:  $MA$  là tia phân giác của  $\widehat{BME}$  và  $AB \cdot AI = AE \cdot AC$ .
- 3) Gọi  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$  và  $R_1, R_2, R_3$  lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp của  $\Delta ABH, \Delta ACH, \Delta BCH$ . Chứng minh  $R_1 = R_2 = R_3$ .

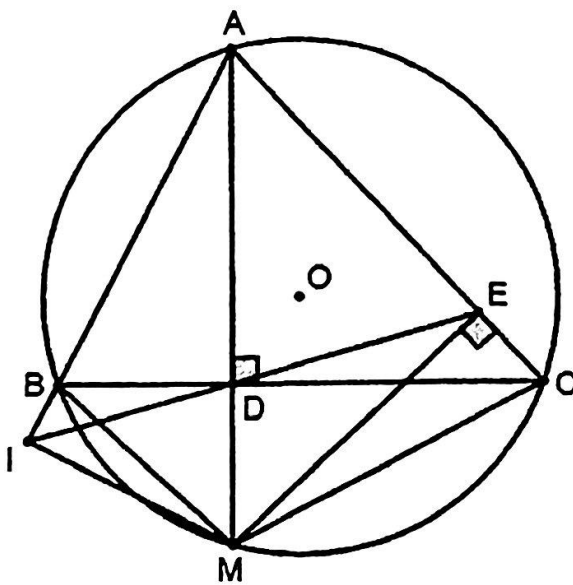
**Bài V: (0,5 điểm)** Giải phương trình  $x^3 + \sqrt{(x+1)^3} = 9x + 8$ .

----- HẾT -----

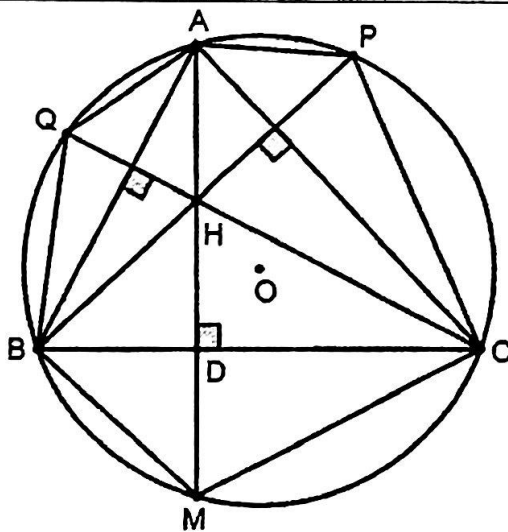
Họ tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Bài	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
I	1	<b>Tính giá trị của biểu thức <math>B</math> khi <math>x = 9</math>.</b>	<b>0,5 đ</b>
		Thay $x = 9$ (TMĐK) vào biểu thức $B$ , ta được:	0,25 đ
		$B = \frac{9 + 4\sqrt{9} + 8}{\sqrt{9} + 2} = \frac{29}{5}$	0,25 đ
	2	<b>Rút gọn biểu thức <math>A</math>.</b>	<b>1,0 đ</b>
		$A = \frac{2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25 đ
		$A = \frac{2\sqrt{x} + 1 - \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25 đ
		$A = \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25 đ
		$A = \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$	0,25 đ
	3	<b>Tìm các giá trị của <math>x</math> để biểu thức <math>P = B : A</math> đạt giá trị nhỏ nhất.</b>	<b>0,5 đ</b>
		$P = B : A = \frac{x + 4\sqrt{x} + 8}{\sqrt{x} + 2} : \frac{1}{\sqrt{x} + 2} = x + 4\sqrt{x} + 8$ Ta có: $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0$ $\Rightarrow x + 4\sqrt{x} + 8 \geq 8$ hay $P \geq 8$ .	0,25 đ
Vậy giá trị nhỏ nhất của $P$ là 8 khi $x = 0$ .		0,25 đ	
II	1	<b>Khoảng cách giữa hai bên sông C và D là 48km. Một ca nô đi xuôi dòng từ bên C đến bên D, nghỉ 24 phút rồi đi ngược dòng quay lại bên C. Kể từ lúc khởi hành đến khi về tới bên C hết tất cả 4 giờ. Tìm vận tốc của ca nô trong nước yên lặng, biết rằng vận tốc nước chảy là 3km/h.</b>	<b>1,5 đ</b>
		Gọi vận tốc của ca nô trong nước yên lặng là $x$ (km/h) (ĐK: $x > 3$ ).	0,25 đ
		Vận tốc ca nô đi xuôi dòng là: $x + 3$ (km/h).	
		Thời gian ca nô đi xuôi dòng từ C đến D là: $\frac{48}{x + 3}$ (giờ).	0,25 đ
		Vận tốc ca nô đi ngược dòng là: $x - 3$ (km/h).	
		Thời gian ca nô đi ngược dòng từ D về C là: $\frac{48}{x - 3}$ (giờ).	0,25 đ
		Đổi: 24 phút = $\frac{2}{5}$ giờ.	

	Do kể từ lúc khởi hành đến khi về tới bến C hết tất cả 4 giờ nên ta có: $\frac{48}{x+3} + \frac{48}{x-3} + \frac{2}{5} = 4 \Leftrightarrow \frac{48}{x+3} + \frac{48}{x-3} = \frac{18}{5}$	0,25 đ
	$\Rightarrow 240(x-3) + 240(x+3) = 18(x-3)(x+3)$ $\Leftrightarrow 18x^2 - 480x - 162 = 0 \Leftrightarrow (x-27)(3x+1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-27=0 \\ 3x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=27 \text{ (TM)} \\ x=\frac{-1}{3} \text{ (L)} \end{cases}$	0,25 đ
	Vậy vận tốc của ca nô trong nước yên lặng là 27 km/h.	0,25 đ
2	<b>Một hình nón có độ dài đường sinh bằng 25 cm và bán kính đáy bằng 15 cm. Tính thể tích của hình nón đó (lấy <math>\pi \approx 3,14</math>).</b>	0,5 đ
	Hình nón có đường sinh $l = 25 \text{ cm}$ ; bán kính đáy $R = 15 \text{ cm}$ ; chiều cao $h$ . Áp dụng định lí Pythagore, ta có: $h^2 + R^2 = l^2$ $\Leftrightarrow h^2 + 15^2 = 25^2 \Leftrightarrow h^2 = 400 \Rightarrow h = 20 \text{ (cm)}.$	0,25 đ
	Thể tích của hình nón là: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h \approx \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 15^2 \cdot 20 = 4710 \text{ (cm}^3\text{)}.$	0,25 đ
III	1	
	<b>Giải hệ phương trình</b> $\begin{cases} \sqrt{x} - \frac{2}{y} = 3 \\ 3\sqrt{x} + \frac{4}{y} = 14 \end{cases}$	1,0 đ
	ĐKXĐ: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \neq 0 \end{cases}$	0,25 đ
	Đặt $\sqrt{x} = a; \frac{1}{y} = b.$ Hệ trở thành: $\begin{cases} a - 2b = 3 \\ 3a + 4b = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 4b = 6 \\ 3a + 4b = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a = 20 \\ 3a + 4b = 14 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ 3 \cdot 4 + 4b = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$	0,25 đ
	Suy ra $\begin{cases} \sqrt{x} = 4 \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (TM)}.$	0,25 đ
	Vậy hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = 16 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25 đ

2	<p>Trong mặt phẳng <math>Oxy</math>, cho parabol <math>(P): y = -x^2</math> và đường thẳng <math>(d): y = (m+1)x - 3</math>.</p>	1,5 đ
	<p>a) Tìm các giá trị của <math>m</math> để parabol <math>(P)</math> cắt đường thẳng <math>(d)</math> tại hai điểm phân biệt.</p>	0,75 đ
	<p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của <math>(P)</math> và <math>(d)</math>:</p> $x^2 + (m+1)x - 3 = 0 \quad (I)$	0,25 đ
	<p>Ta có: <math>\Delta = (m+1)^2 - 4.1.(-3) = (m+1)^2 + 12 &gt; 0</math> với mọi <math>m</math> (do <math>(m+1)^2 \geq 0</math> với mọi <math>m</math>)</p>	0,25 đ
	<p><math>\Rightarrow</math> Phương trình (I) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi <math>m</math>. Vậy <math>(P)</math> luôn cắt <math>(d)</math> tại hai điểm phân biệt với mọi <math>m</math>.</p>	0,25 đ
	<p>b) Tìm các giá trị của <math>m</math> để parabol <math>(P)</math> cắt đường thẳng <math>(d)</math> tại hai điểm phân biệt có hoành độ <math>x_1, x_2</math> thỏa mãn <math> x_1 - x_2  = 4</math>.</p>	0,75 đ
	<p>Áp dụng định lí Vi-ét, ta có: <math display="block">\begin{cases} x_1 + x_2 = -(m+1) \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}</math></p>	0,25 đ
	<p>Theo đề bài: <math> x_1 - x_2  = 4 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 16</math> <math>\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = 16 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 16</math>.</p>	0,25 đ
	<p>Suy ra <math>[-(m+1)]^2 - 4.(-3) = 16 \Leftrightarrow (m+1)^2 = 4</math> <math>\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 = 2 \\ m+1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}</math> Vậy <math>m \in \{1; -3\}</math> là giá trị cần tìm.</p>	0,25 đ
IV	<p>Cho tam giác <math>ABC</math> có ba góc nhọn (<math>AB &lt; AC</math>) nội tiếp đường tròn <math>(O; R)</math>. Kẻ đường cao <math>AD</math> của tam giác <math>ABC</math>. Tia <math>AD</math> cắt đường tròn <math>(O)</math> tại điểm <math>M</math> (<math>M</math> khác <math>A</math>). Kẻ <math>ME</math> vuông góc với <math>AC</math> tại <math>E</math>. Hai đường thẳng <math>ED</math> và <math>AB</math> cắt nhau tại điểm <math>I</math>.</p>	3,0 đ
		0,25 đ

1	<p><b>Chứng minh tứ giác <math>MDEC</math> nội tiếp.</b></p> <p>Xét tứ giác <math>MDEC</math> có:</p> $\widehat{MDC} = 90^\circ \text{ (do } AM \perp BC \text{)}$ $\widehat{MEC} = 90^\circ \text{ (do } ME \perp AC \text{)}$ $\Rightarrow \widehat{MDC} = \widehat{MEC} = 90^\circ$ <p>Mà hai góc này có đỉnh kề nhau          Vậy tứ giác <math>MDEC</math> nội tiếp.</p>	<p><b>0,75 đ</b></p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
2	<p><b>Chứng minh <math>MA</math> là tia phân giác của <math>\widehat{BME}</math> và <math>AB.AI = AE.AC</math>.</b></p> <p>Xét <math>(O)</math> có: <math>\widehat{AMB} = \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{AB}</math></p> <p>Mà <math>\widehat{AME} = \widehat{ACB}</math> (tính chất tứ giác nội tiếp <math>MDEC</math>)  <math>\Rightarrow \widehat{AMB} = \widehat{AME}</math>  <math>\Rightarrow MA</math> là tia phân giác của <math>\widehat{BME}</math>.</p> <p>Do <math>A, B, M, C</math> thuộc <math>(O)</math> nên tứ giác <math>ABMC</math> nội tiếp  <math>\Rightarrow \widehat{MBI} = \widehat{MCE}</math> (tính chất)          Mà <math>\widehat{MCE} = \widehat{MDI}</math> (tính chất tứ giác nội tiếp <math>MDEC</math>)  <math>\Rightarrow \widehat{MBI} = \widehat{MDI} \Rightarrow</math> Tứ giác <math>BDMI</math> nội tiếp <math>\Rightarrow \widehat{AIE} = \widehat{BMA}</math> (tính chất)</p> <p>Lại có: <math>\widehat{ACB} = \widehat{BMA}</math> (chứng minh trên) <math>\Rightarrow \widehat{AIE} = \widehat{ACB}</math>.</p> <p>Xét <math>\triangle ABC</math> và <math>\triangle AEI</math> có:  <math>\widehat{AIE} = \widehat{ACB}</math> (chứng minh trên)  <math>\widehat{IAC}</math>: chung  <math>\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AEI</math> (g.g)  <math>\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AI} \Rightarrow AB.AI = AE.AC</math>.</p>	<p><b>1,5 đ</b></p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
3	<p><b>Gọi <math>H</math> là trực tâm của tam giác <math>ABC</math> và <math>R_1, R_2, R_3</math> lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp của <math>\triangle ABH, \triangle ACH, \triangle BCH</math>. Chứng minh <math>R_1 = R_2 = R_3</math>.</b></p>	<p><b>0,5 đ</b></p>





	<p>Kẻ tia <math>BH</math> và <math>CH</math> cắt <math>(O)</math> lần lượt tại <math>P</math> và <math>Q</math> (<math>P</math> khác <math>B</math>; <math>Q</math> khác <math>C</math>)  <math>\Rightarrow BP \perp AC</math> và <math>CQ \perp AB</math> (tính chất trực tâm).          Ta có: <math>\widehat{BHD} = \widehat{BCA}</math> (cùng phụ với <math>\widehat{HBC}</math>)  <math display="block">\widehat{BMD} = \widehat{BCA} = \frac{1}{2} \text{sđ } \widehat{AB}</math>  <math>\Rightarrow \widehat{BHD} = \widehat{BMD} \Rightarrow \Delta BHM</math> cân tại <math>B</math>          Mà <math>BD</math> là đường cao của <math>\Delta BHM</math>  <math>\Rightarrow BD</math> là đường phân giác của <math>\Delta BHM \Rightarrow \widehat{HBC} = \widehat{MBC}</math>.          Xét <math>\Delta BCH</math> và <math>\Delta BCM</math> có:  <math>\widehat{HBC} = \widehat{MBC}</math> (chứng minh trên)  <math>BC</math>: chung  <math>BH = BM</math> (do <math>\Delta BHM</math> cân tại <math>B</math>)  <math>\Rightarrow \Delta BCH = \Delta BCM</math> (c.g.c)  <math>\Rightarrow</math> Bán kính đường tròn ngoại tiếp <math>\Delta BCH</math> bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp <math>\Delta BCM</math>          Mà <math>\Delta BCM</math> nội tiếp <math>(O; R) \Rightarrow R_3 = R</math>.          Chứng minh tương tự, ta được:          + Bán kính đường tròn ngoại tiếp <math>\Delta ABH</math> bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp <math>\Delta ABQ \Rightarrow R_1 = R</math>.          + Bán kính đường tròn ngoại tiếp <math>\Delta ACH</math> bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp <math>\Delta ACP \Rightarrow R_2 = R</math>.          Vậy <math>R_1 = R_2 = R_3</math>.</p>	<p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>
V	<p><b>Giải phương trình <math>x^3 + \sqrt{(x+1)^3} = 9x + 8</math>.</b></p> <p>ĐKXĐ: <math>x \geq -1</math>.</p> <p>Phương trình đã cho: <math>x^3 + \sqrt{(x+1)^3} = 9x + 8</math>  <math>\Leftrightarrow (x^3 - 9x - 8) + \sqrt{(x+1)^3} = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - x - 8 + \sqrt{x+1}) = 0</math>.</p> <p>TH1: <math>x+1=0 \Leftrightarrow x=-1</math> (TM).</p> <p>TH2: <math>x^2 - x - 8 + \sqrt{x+1} = 0 \Leftrightarrow (x-3) \left( x+2 + \frac{1}{\sqrt{x+1}+2} \right) = 0</math>  <math>\Leftrightarrow x-3=0</math> (do <math>x+2 + \frac{1}{\sqrt{x+1}+2} &gt; 0</math> với <math>x \geq -1</math>).  <math>\Leftrightarrow x=3</math> (TM).          Vậy tập nghiệm của phương trình là <math>S = \{-1; 3\}</math>.</p>	<p>0,5 đ</p> <p>0,25 đ</p> <p>0,25 đ</p>

**Lưu ý:**

- Tổ giám khảo thống nhất để chia nhỏ điểm thành phần nhưng không được thay đổi tổng điểm.
- Học sinh làm cách khác mà vẫn đúng thì vẫn cho điểm tối đa. Bài thi làm tròn 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy theo quy định.