

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài I. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{x+1}{x-1}$ với $x > 0; x \neq 1$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Xét biểu thức $P = A.B$. Tìm tất cả giá trị của x sao cho P nhận giá trị nguyên.

Bài II. (2,0 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai đội công nhân làm chung một công việc thì làm xong sau 20 ngày. Nếu mỗi đội làm riêng thì đội thứ hai cần nhiều hơn đội thứ nhất 9 ngày thì mới xong công việc đó. Hỏi nếu làm riêng, mỗi đội làm xong công việc đó sau bao nhiêu ngày?

2) Một quả địa cầu hành chính có đường kính bằng 33cm. Tính thể tích của quả địa cầu, lấy $\pi \approx 3,14$.



Bài III. (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \frac{2}{y+1} = 5 \\ 3\sqrt{x} - \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m+2)x - 3m + 3$ (m là tham số).

- a) Với $m \neq 4$, chứng minh đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$.
- b) Tìm tất cả giá trị của m để $x_1; x_2$ là độ dài hai đường chéo của một hình thoi có độ dài cạnh là $\frac{\sqrt{13}}{2}$

Bài IV. (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm M nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến MA, MB với đường tròn $(O; R)$ (A, B là các tiếp điểm). Vẽ đường kính AD , tiếp tuyến tại điểm D của $(O; R)$ cắt đường thẳng AB tại C .

- 1) Chứng minh bốn điểm M, A, O, B thuộc một đường tròn;
- 2) Chứng minh $AB.AC = 4R^2$;
- 3) Đường thẳng MB cắt đường thẳng CD tại điểm I .
 - a) Chứng minh AD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MOI ;
 - b) Chứng minh $MD \perp OC$.

Bài V. (0,5 điểm) Với các số thực dương x, y thỏa mãn $x^2 + 2y^2 + 2xy - 6y \leq 7$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x - y + \frac{3}{x} + \frac{9}{y}$.

..... Hết

Ngày khảo sát: 15/5/2024

Bài	Ý	Đáp án – Hướng dẫn chấm	Điểm
Bài I (2,0 điểm)	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$	0,5 đ
		Thay $x = 16$ (TMĐK) vào biểu thức A	0,25
		$A = \frac{\sqrt{16} - 2}{\sqrt{16}} = \frac{1}{2}$	0,25
	2)	Rút gọn $B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x + 1}{x - 1}$	1,0 đ
		$B = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{x + 1}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
		$B = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{x + 1}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
		$B = \frac{x - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
		$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
	3)	Xét biểu thức $P = A.B$. Tìm tất cả giá trị của x sao cho P nhận giá trị nguyên.	0,5 đ
		Ta có $P = A.B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} = 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 1}$. Do $\sqrt{x} > 0$ nên $\frac{3}{\sqrt{x} + 1} > 0 \Rightarrow P < 1$	0,25
Do $\sqrt{x} > 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 > 1 \Rightarrow \frac{3}{\sqrt{x} + 1} < 3 \Rightarrow P = 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 1} > -2$ Suy ra $-2 < P < 1, P \in Z \Rightarrow \begin{cases} P = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} = 0 \Rightarrow x = 4(tm) \\ P = -1 \Rightarrow \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}(tm) \end{cases}$ Vậy $x = 4; \frac{1}{4}$.		0,25	
Bài II (2,0 điểm)	1)	Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:	1,5 đ
		Gọi thời gian đội thứ nhất làm một mình xong công việc là x ($x \in N^*$, ngày)	0,25
		Suy ra thời gian đội thứ hai làm một mình xong công việc là $x + 9$ (ngày)	0,25
		Trong một ngày	0,25

		<p>Đội thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)</p> <p>Đội thứ hai làm được $\frac{1}{x+9}$ (công việc)</p>	
		<p>Vì hai đội làm chung trong 20 ngày xong công việc nên ta có phương trình</p> $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{20}$	0,25
		<p>Giải phương trình ta được $\begin{cases} x = 36(tm) \\ x = -5(l) \end{cases}$ (t/m)</p> <p>Vậy đội thứ nhất làm một mình xong công việc sau 36 ngày Đội thứ hai làm một mình xong công việc sau 45 ngày</p>	0,5
		Tính thể tích của quả địa cầu	0,5 đ
	2)	Bán kính của quả địa cầu là $33:2 = 16,5$ (cm)	0,25
		<p>Tính được thể tích của quả địa cầu:</p> $V = \frac{4}{3}\pi R^3 \approx \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 16,5^3 = 18807,03 (cm^3)$	0,25
Bài III 2,5 điểm	1)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x} + \frac{2}{y+1} = 5 \\ 3\sqrt{x} - \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases}$	1,0đ
		$\begin{cases} \sqrt{x} + \frac{2}{y+1} = 5 \\ 3\sqrt{x} - \frac{1}{y+1} = 1 \end{cases}$ (điều kiện: $x \geq 0; y \neq -1$)	0,25
		Giải được $\begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \frac{1}{y+1} = 2 \end{cases}$	0,5
		Giải được nghiệm của hệ là $\begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{-1}{2} \end{cases}$	0,25
		a) Với $m \neq 4$, chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$.	0,75đ
	2a)	<p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) là:</p> $x^2 = (m+2)x - 3m + 3 \Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + 3m - 3 = 0 (*)$ <p>Tính được $\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 8m + 16 = (m-4)^2$</p> <p>Chứng minh được với $m \neq 4$ thì phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt, suy ra (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt</p>	0,25
2b)	Tìm tất cả giá trị của m để $x_1; x_2$ là độ dài hai đường chéo của một hình thoi có độ dài cạnh là $\frac{\sqrt{13}}{2}$	0,75đ	

	Theo định lí vi-ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = 3m - 3 \end{cases}$ Do $x_1; x_2$ là độ dài hai đường chéo của một hình thoi nên $x_1; x_2$ dương do đó $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = 3m - 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow m > 1$	0,25
	$x_1; x_2$ là độ dài hai đường chéo của một hình thoi có độ dài cạnh là $\frac{\sqrt{13}}{2}$ nên $\left(\frac{x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{2}\right)^2 = \frac{13}{4} \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 13 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$	0,25
	Giải được $m = -1(l); m = 3(tm)$. Kết luận $m = 3$ thì thỏa mãn đề bài	0,25
Lưu ý cách làm khác của học sinh		

Bài IV. 3,0 điểm		
	Vẽ hình đúng đến ý a	0,25
1)	Chứng minh bốn điểm M, A, O, B thuộc một đường tròn	
	c/m: góc $MAO =$ góc $MBO = 90^\circ$; (mỗi góc vuông được 0,25 điểm)	0,5
	Chứng minh được M, A, O, B nằm trên một đường tròn.	0,25
2)	Chứng minh $AB \cdot AC = 4R^2$;	
	Chứng minh được góc ABD vuông từ đó suy ra DB vuông góc với AC	0,25
	Chỉ ra CD là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên CD vuông góc với AD suy ra tam giác ADC vuông tại D	0,25
	Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ADC suy ra $AD^2 = AB \cdot AC$	0,25
	Chứng minh được $AB \cdot AC = 4R^2$	0,25

	Chứng minh AD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MOI ;	
	Chứng minh được tam giác MOI vuông tại O	0,25
	Gọi K là trung điểm của MI , chứng minh OK là đường trung bình của hình thang $AMID$ nên OK vuông góc với AD tại O . Từ đó chứng minh được AD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MOI	0,25
	Chứng minh $MD \perp OC$.	
3)	Gọi giao điểm của MD và OC là T Chứng minh được $\triangle BCD \sim \triangle BOM$ (g.g) $\Rightarrow \frac{BC}{BO} = \frac{BD}{BM}$ Có $\widehat{OBC} = 180^\circ - \widehat{ABO} = 180^\circ - \widehat{OAB} = 180^\circ - \widehat{IBD} = \widehat{MBD}$. Do đó $\triangle MBD \sim \triangle OBC$ (c.g.c)	0,25
	$\triangle MBD \sim \triangle OBC \Rightarrow \widehat{BMT} = \widehat{BOT}$ nên tứ giác $MBTO$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MTO} = \widehat{MBO} = 90^\circ \Rightarrow OC \perp MD$ tại T	0,25
Bài V 0,5điểm	Với các số thực dương x, y thỏa mãn $x^2 + 2y^2 + 2xy - 6y \leq 7$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x - y + \frac{3}{x} + \frac{9}{y}$.	0,5
	Với x, y dương ta có $x^2 + 2y^2 + 2xy - 6y \leq 7 \Leftrightarrow (x+y)^2 + (y-3)^2 \leq 16 \Rightarrow x+y \leq 4$ $P = x - y + \frac{3}{x} + \frac{9}{y} = 3x + \frac{3}{x} + y + \frac{9}{y} - 2(x+y) \geq 6 + 6 - 8 = 4$ Vậy GTNN của P là 4. Dấu = xảy ra khi $x = 1; y = 3$.	0,5

Lưu ý: Học sinh có cách giải khác đúng, vẫn cho điểm tối đa