

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+2}}{9}$ và $B = \left(\frac{3\sqrt{x}-6}{x-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} \right) : \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 1$.
- 2) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$.
- 3) Tìm các giá trị của x thỏa mãn $A + B = \frac{2}{3}$.

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Trong lễ diễu binh, diễu hành kỷ niệm 70 năm Chiến thắng Điện Biên Phủ có sự tham gia của lực lượng Pháo lễ và lực lượng Không quân. Số lượng khẩu pháo chính thức nhiều hơn số lượng máy bay trực thăng chính thức là 6. Mỗi khẩu pháo cần 3 đồng chí pháo thủ tham gia điều khiển, mỗi máy bay trực thăng cần 5 đồng chí phi công tham gia điều khiển. Biết rằng tổng số lượng chiến sĩ tham gia hoạt động diễu hành là 90 đồng chí.

Tính số lượng khẩu pháo và máy bay trực thăng chính thức tham gia lễ diễu binh diễu hành.

2) Một hình trụ có diện tích toàn phần gấp 2 lần diện tích xung quanh. Tính thể tích hình trụ, biết rằng bán kính đáy bằng 5 cm.

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} |x| + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}-2} = 5 \\ |x| - \frac{1}{\sqrt{y}-2} = 1 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng (d) $y = 2x + m$ với m là tham số.

a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi $x_1; x_2$ lần lượt là các hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm các giá trị của tham số m để $x_1; x_2$ thỏa mãn $(x_1 + 1)^2 + (x_2 - 1)^2 = 4$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Vẽ đường thẳng d là tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B. Trên cung \widehat{AB} lấy điểm M tùy ý (M khác A và khác B), tia AM cắt đường thẳng d tại N. Qua trung điểm C của dây cung AM nối CO cắt đường thẳng d tại D.

a) Chứng minh tứ giác BOCN nội tiếp được một đường tròn.

b) Chứng minh ON vuông góc với AD và $CA \cdot CN = CO \cdot CD$.

c) Xác định vị trí điểm M để $P = 2AM + AN$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài V (0,5 điểm) Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $a + b \geq 2$.

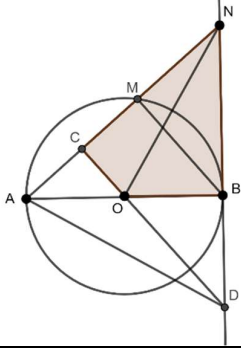
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2}{a+1} + \frac{b^2}{b+1}$.

.....Hết.....



	Nội dung	Điểm
I	Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+2}}{9}$ và $B = \left(\frac{3\sqrt{x}-6}{x-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} \right) : \frac{x-9}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$.	2.0
	1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 1$.	0.5
	Thay $x = 1$ (tmđk) vào biểu thức A ta được	0,25
	$A = \frac{\sqrt{x+2}}{9} = \frac{\sqrt{1+2}}{9} = \frac{1}{3}$. Vậy khi $x = 1$ ta được $A = \frac{1}{3}$.	0,25
	2) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$.	1.0
	Với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ ta có:	0,25
	$B = \left(\frac{3(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x+2})} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} \right) : \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x+3})}{\sqrt{x}-3}$	
	$B = \left(\frac{3}{\sqrt{x+2}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x+3}}$.	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+3}} = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$.	0,25
	Vậy $B = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$.	0,25
	3) Tìm các giá trị của x thỏa mãn $A + B = \frac{2}{3}$.	0.5
	Ta có: $A + B = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3(A + B) = 2 \Leftrightarrow 3A + 3B = 2 \cdot \frac{\sqrt{x+2}}{9} + \frac{3}{\sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{x+2}}{3} + \frac{3}{\sqrt{x+2}} = 2$	0,25
	Xét về trái có: $\frac{\sqrt{x+2}}{3}; \frac{3}{\sqrt{x+2}}$ là hai số dương. Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số dương ta có: $VT = \frac{\sqrt{x+2}}{3} + \frac{3}{\sqrt{x+2}} \geq 2\sqrt{\frac{\sqrt{x+2}}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{x+2}}} = 2$. Dấu "=" xảy ra khi $\frac{\sqrt{x+2}}{3} = \frac{3}{\sqrt{x+2}} \Leftrightarrow (\sqrt{x+2})^2 = 9 \Rightarrow \sqrt{x+2} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (tmđk).	0,25
II	Trong lễ diễu binh, diễu hành kỷ niệm 70 năm Chiến thắng Điện Biên Phủ có sự tham gia của lực lượng Pháo lễ và lực lượng Không quân. Số lượng khẩu pháo chính thức nhiều hơn số lượng máy bay trực thăng chính thức là 6. Mỗi khẩu pháo cần 3 đồng chí pháo thủ tham gia điều khiển, mỗi máy bay trực thăng cần 5 đồng chí phi công tham gia điều khiển. Biết rằng tổng số lượng chiến sĩ tham gia hoạt động diễu hành là 90 đồng chí. Tính số lượng khẩu pháo và máy bay trực thăng chính thức tham gia lễ diễu binh diễu hành.	1,5
	Gọi số lượng khẩu pháo và máy bay trực thăng tham gia chính thức lần lượt là x và y ($x \in \mathbb{N}^*; y \in \mathbb{N}^*$)	0,25
	Theo bài cho, số lượng khẩu pháo nhiều hơn số lượng máy bay là 6 nên ta có: $x - y = 6$ (1)	0,25
	Vì mỗi khẩu pháo cần 3 đồng chí pháo thủ tham gia điều khiển, mỗi máy bay trực thăng cần 5 đồng chí phi công tham gia điều khiển và có tất cả 90 đồng chí nên Ta có phương trình $3x + 5y = 90$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x - y = 6 \\ 3x + 5y = 90 \end{cases}$. Giải hệ phương trình được $\begin{cases} x = 15 \\ y = 9 \end{cases}$.	0,5

	Vậy có 15 khẩu pháo và 9 máy bay trực thăng tham gia chính thức hoạt động.	0,25
	2) Một hình trụ có diện tích toàn phần gấp 2 lần diện tích xung quanh. Tính thể tích hình trụ, biết rằng bán kính đáy bằng 5 cm.	0,5
	Gọi bán kính đáy của hình trụ là R và chiều cao của hình trụ đó là h. Vì diện tích toàn phần bằng 2 lần diện tích xung quanh Ta có phương trình $2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2.2\pi Rh \Leftrightarrow 2\pi R^2 = 2\pi Rh \Leftrightarrow R = h = 5 \text{ (cm)}$	0,25
	Thể tích của hình trụ là: $V = \pi.R^2.h = 125\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.	0,25
III		1.0
1)	Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y-2}} = 5 \\ x - \frac{1}{\sqrt{y-2}} = 1 \end{cases}$	
	$\begin{cases} x + \frac{\sqrt{y-2}+2}{\sqrt{y-2}} = 5 \\ x - \frac{1}{\sqrt{y-2}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 + \frac{2}{\sqrt{y-2}} = 5 \\ x - \frac{1}{\sqrt{y-2}} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{2}{\sqrt{y-2}} = 4 \\ x - \frac{1}{\sqrt{y-2}} = 1 \end{cases}$	0,25
	Đặt $a = x ; b = \frac{1}{\sqrt{y-2}}$ đk $a \geq 0; b > 0$. Hệ phương trình đã cho trở thành $\begin{cases} a+2b=6 \\ a-b=3 \end{cases}$. Giải hệ phương trình được $\begin{cases} a=4 \\ b=1 \end{cases}$.	0,25
	Với $a=2 \Leftrightarrow x =2 \Leftrightarrow x=\pm 2$. Với $b=1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{y-2}}=1 \Leftrightarrow \sqrt{y}=3 \Leftrightarrow y=9$.	0,25
	Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) \in \{(2; 9); (-2; 9)\}$.	0,25
2)	2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) $y = x^2$ và đường thẳng (d) $y = 2x + m$ với m là tham số.	1,5
	a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.	0,75
	Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) với parabol (P) là $x^2 = 2x + m \Leftrightarrow x^2 - 2x - m = 0 \text{ (1)}$	0,25
	Ta có: $\Delta' = 1 + m$. Để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Khi $\Delta' = 1 + m > 0 \Leftrightarrow m > -1$.	0,25
	Vậy với $m > -1$ thì đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.	0,25
	b) Gọi $x_1; x_2$ lần lượt là các hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm các giá trị của tham số m để $x_1; x_2$ thỏa mãn $(x_1 + 1)^2 + (x_2 - 1)^2 = 4$.	0,75
	Theo định lý Vi - et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases} \text{ (*)}$	0,25
	Biến đổi và áp dụng (*) vào biểu thức $(x_1 + 1)^2 + (x_2 - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow x_1^2 + 2x_1 + 1 + x_2^2 - 2x_2 + 1 = 4$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1 - x_2) - 2 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2(x_1 - x_2) - 2 = 0$ $\Leftrightarrow 2^2 - 2(-m) + 2(x_1 - x_2) - 2 = 0 \Leftrightarrow 2(x_2 - x_1) = 2m + 2 \Leftrightarrow x_2 - x_1 = m + 1$	0,25
	Suy ra $(x_2 - x_1)^2 = (m + 1)^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = m^2 + 2m + 1$ $\Leftrightarrow 2^2 - 4(-m) = m^2 + 2m + 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(l) \\ m = 3(tm) \end{cases}$. Vậy $m = 3$.	0,25

IV	Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R. Vẽ đường thẳng d là tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B. Trên cung \widehat{AB} lấy điểm M tùy ý (M khác A và khác B), tia AM cắt đường thẳng d tại N. Qua trung điểm C của dây cung AM nối CO cắt đường thẳng d tại D.	3.0
	a) Chứng minh tứ giác BOCN nội tiếp được một đường tròn.	1.0
		0.25
	Theo giả thiết C là trung điểm của dây cung AM của đường tròn (O) suy ra $OC \perp AM$ tại C.	0.25
	Mặt khác đường thẳng d là tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B do đó $NB \perp OB$ tại B.	0.25
	Xét tứ giác BOCN có $\widehat{NCO} + \widehat{NBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Do đó tứ giác BOCN nội tiếp được một đường tròn.	0.25
	b) Chứng minh ON vuông góc với AD và $CA \cdot CN = CO \cdot CD$.	1.5
	Xét tam giác AND có O là giao điểm của hai đường cao AB và DC. Nên O là trực tâm của tam giác AND.	0.25
	Suy ra NON vuông góc với AD.	0.25
	Xét hai tam giác vuông CAO và CDN có: $\widehat{ACO} = \widehat{DCN} = 90^\circ$ (1)	0.25
	Vì tứ giác BOCN nội tiếp được một đường tròn nên $\widehat{COA} = \widehat{CND}$ (2)	0.25
	Từ (1) và (2) suy ra ΔCAO đồng dạng với ΔCDN	0.25
	Ta có tỉ lệ $\frac{CA}{CD} = \frac{CO}{CN} \Leftrightarrow CA \cdot CN = CD \cdot CO$ (đpcm)	0.25
	c) Xác định vị trí điểm M để $P = 2AM + AN$ đạt giá trị nhỏ nhất.	0.5
	Xét tam giác vuông ANB có đường cao BM. Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông Ta có: $AB^2 = AM \cdot AN = 4R^2$	0.25
	Mặt khác ta có: $2AM + AN \geq 2\sqrt{2AM \cdot AN} = 2\sqrt{2 \cdot 4R^2} = 4\sqrt{2}R$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2AM = AN$ hay M là trung điểm AN khi đó tam giác ANB vuông cân tại B và M là điểm chính giữa cung \widehat{AB} .	0.25
V	Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $a + b \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2}{a+1} + \frac{b^2}{b+1}$.	0.5
	Ta có $\frac{a^2}{a+1} = a - \frac{a}{a+1} \geq a - \frac{a}{2\sqrt{a}} = a - \frac{\sqrt{a}}{2}$; $\frac{b^2}{b+1} = b - \frac{b}{b+1} \geq b - \frac{b}{2\sqrt{b}} = b - \frac{\sqrt{b}}{2}$.	0.25
	Suy ra $P = \frac{a^2}{a+1} + \frac{b^2}{b+1} \geq a + b - \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2} \geq a + b - \frac{\sqrt{2(a+b)}}{2} = (a+b) - \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{2}}$. (Vì $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2} \cdot \sqrt{a+b} \Leftrightarrow 2(a+b) \geq (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \Leftrightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ luôn đúng). Ta có: $P \geq (a+b) - \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{2}} = \left(\frac{a+b}{4} - \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\right) + \frac{3(a+b)}{4} - \frac{1}{2} = \left(\frac{\sqrt{a+b}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{3(a+b)}{4} - \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow P \geq 0 + \frac{3 \cdot 2}{4} - \frac{1}{2} = 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 1. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = b = 1$.	0.25

Lưu ý: Học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.