ỦY BAN NHÂN DÂN QUẬN CẦU GIẤY
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9
Năm học 2023 – 2024

Môn: TOÁN
Ngày khảo sát: 15/5/2024
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=5\left(\sqrt{x}+2\right)$ và $B=\dfrac{4}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}-18}{x-4}$ với $x\geq 0, x\neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\dfrac{1}{4}$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}$.

3) Đặt $M=A:B+1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của M.

Bài II *(2,0 điểm)*

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng $82m$. Nếu tăng chiều dài thêm $5m$ và tăng chiều rộng lên 2 lần thì diện tích của mảnh đất lúc sau tăng thêm $560m^2$. Tính các kích thước của mảnh đất hình chữ nhật đó lúc ban đầu.

2) Bạn Việt làm một mô hình quả địa cầu có dạng hình cầu với đường kính là 16cm. Bạn dùng màu xanh dương để tô màu cho các vùng địa hình là nước gồm biển, hồ, sông ngòi... Biết địa hình là nước chiếm 70% bề mặt quả địa cầu, tính diện tích phần được tô màu xanh dương. (Lấy $\pi\approx 3,14$)

Bài III *(2,5 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\left(x+2\right)-\dfrac{5}{\sqrt{y}+1}=2\\ 2\left(x+2\right)+\dfrac{5}{\sqrt{y}+1}=7\end{cases}$

2) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\left(d\right): y=\left(2m+1\right)x-m$ và parabol $\left(P\right): y=x^2$.

a) Chứng minh $\left(d\right)$ luôn cắt $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Gọi x_1, x_2 là hoành độ các giao điểm của $\left(d\right)$ và $\left(P\right)$. Tìm m để $\sqrt{x_1x_2}-x_2=x_1-4$.

Bài IV *(3,0 điểm)*

Cho đường tròn $\left(O,R\right)$ và dây BC cố định không đi qua tâm. Trên tia đối của tia CB lấy điểm A. Từ A kẻ tiếp tuyến AM và AN của $\left(O\right)$ (M, N là tiếp điểm, M thuộc cung lớn BC). Kẻ OH vuông góc với BC tại H.

1) Chứng minh bốn điểm A, M, O, H cùng thuộc một đường tròn.

2) Gọi K là giao điểm của OA và MN. Chứng minh $OK.OA=R^2$ và $\widehat{OBK}=\widehat{OAB}$.

3) Tia BK cắt AM tại I. Chứng minh KA là tia phân giác của $\widehat{IKC}$.

Bài V *(0,5 điểm).* Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2+y^2=3-2y$. Chứng minh $2\left(x+y\right)+y^2\geq -5$

---------- **Hết** ----------

Lưu ý: Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm.

Họ và tên học sinh:..... Số báo danh: .....

ỦY BAN NHÂN DÂN QUẬN CẦU GIẤY
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

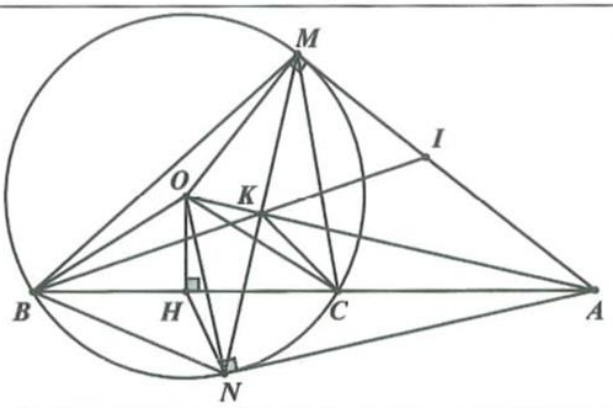
HƯỚNG DẪN CHẤM

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9
Năm học 2023 – 2024

Môn: TOÁN
Ngày khảo sát: 15/5/2024
Thời gian làm bài: 120 phút

BÀI	Ý	ĐÁP ÁN – HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
Bài I (2,0 điểm)	1. (0,5 điểm)	Ta có $x=\frac{1}{4}$ (TMĐK), thay vào biểu thức A ta được: $A=5\left(\sqrt{\frac{1}{4}}+2\right)$	0,25
		$A=\frac{25}{2}$. Vậy $A=\frac{25}{2}$ tại $x=\frac{1}{4}$.	0,25
	2. (1,0 điểm)	$B=\frac{4}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}-18}{x-4}=\frac{4}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}-18}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$	0,25
		$=\frac{4\left(\sqrt{x}+2\right)+\sqrt{x}-18}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$	0,25
		$=\frac{4\sqrt{x}+8+\sqrt{x}-18}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{5\sqrt{x}-10}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$	0,25
		$=\frac{5\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{5}{\sqrt{x}+2}$ (đpcm)	0,25
	3. (0,5 điểm)	$M=A:B+1=5\left(\sqrt{x}+2\right).\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)}{5}+1=\left(\sqrt{x}+2\right)^2+1$ Vì $\sqrt{x}\geq 0\Rightarrow\sqrt{x}+2\geq 2\Rightarrow\left(\sqrt{x}+2\right)^2\geq 4\Rightarrow M\geq 5$	0,25
		Dấu " = " xảy ra khi $x=0$ (thỏa mãn ĐKXĐ) Vậy M đạt giá trị nhỏ nhất bằng 5 khi $x=0$.	0,25
Bài II (2,0 điểm)	1. (1,5 điểm)	Gọi chiều rộng ban đầu của mảnh đất hình chữ nhật là: $x\left(m\right)$ $\left(x>0\right)$ Nửa chu vi của mảnh đất hình chữ nhật là: $82:2=41\left(m\right)$	0,25
		Chiều dài ban đầu của mảnh đất hình chữ nhật là: $41-x$ $\left(m\right)$ Diện tích của mảnh đất hình chữ nhật lúc đầu là: $x\left(41-x\right)$ $\left(m^2\right)$	0,25
		Chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật lúc sau là: $2x$ $\left(m\right)$ Chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật lúc sau là: $41-x+5=46-x\left(m\right)$ Diện tích của mảnh đất hình chữ nhật lúc sau là: $2x\left(46-x\right)$ $\left(m^2\right)$	0,25
		Vì diện tích của mảnh đất lúc sau tăng thêm $560m^2$ nên ta có phương trình: $2x\left(46-x\right)-x\left(41-x\right)=560$	0,25

		$\Leftrightarrow 92x - 2x^2 - 41x + x^2 = 560$ $\Leftrightarrow x^2 - 51x + 560 = 0$ Giải phương trình được: $x = 35$ và $x = 16$ Thử lại để chiều rộng < chiều dài, ta được: $x = 35$ (loại) và $x = 16$ (t/m)	0,25
		Vậy chiều rộng của mảnh đất hình chữ nhật lúc ban đầu là: $16m$ Chiều dài của mảnh đất hình chữ nhật lúc ban đầu là: $25m$.	0,25
	2. (0,5 điểm)	$d = 16(cm) \Rightarrow R = 8(cm)$ Diện tích bề mặt của quả địa cầu là: $S_1 = 4\pi R^2 = 4\pi.8^2 = 256\pi(cm^2)$	0,25
		Diện tích phần được tô màu xanh dương là: $S_2 = 70\%.S_1 = \frac{896\pi}{5} \approx 562,688(cm^2)$ Vậy diện tích phần được tô màu xanh dương khoảng $562,688cm^2$	0,25
Bài III (2,5 điểm)	**1. (1,0 điểm)**	$\begin{cases}(x+2) - \frac{5}{\sqrt{y}+1} = 2 \\ 2(x+2) + \frac{5}{\sqrt{y}+1} = 7\end{cases}$ ĐK: $y \geq 0$	0,25
		Đặt $x + 2 = a$; $\frac{1}{\sqrt{y}+1} = b$, ta được hệ phương trình: $\begin{cases}a - 5b = 2 \\ 2a + 5b = 7\end{cases}$ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}a - 5b = 2 \\ 2a + 5b = 7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3a = 9 \\ a - 5b = 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a = 3 \\ 3 - 5b = 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a = 3 \\ b = \frac{1}{5}\end{cases}$	0,25
		$a = 3 \Rightarrow x + 2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$ $b = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{y}+1} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sqrt{y} + 1 = 5 \Leftrightarrow \sqrt{y} = 4 \Leftrightarrow y = 16$ (thỏa mãn)	0,25
		Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $\begin{cases}x = 1 \\ y = 16\end{cases}$	0,25
	2. a (0,75 điểm)	a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2 = (2m+1)x - m \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + m = 0$ (*)	0,25
		• $a = 1 \neq 0$ • $\Delta = \left[-(2m+1)\right]^2 - 4m = 4m^2 + 4m + 1 - 4m = 4m^2 + 1$	0,25
		Vì $m^2 \geq 0$ với mọi m nên $\Delta = 4m^2 + 1 > 0$ với mọi m $\Rightarrow$ Phương trình (*) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m $\Rightarrow$ (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m (đpcm)	0,25
	2.b (0,75 điểm)	b) Theo Viet, ta có: $\begin{cases}S = x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ P = x_1 x_2 = m\end{cases}$	

		$\sqrt{x_1x_2}-x_2=x_1-4$ ĐK: $x_1x_2\ge 0 \Leftrightarrow m\ge 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \sqrt{x_1x_2}=x_1+x_2-4$ $\Leftrightarrow \sqrt{m}=2m+1-4$ $\Leftrightarrow 2m-\sqrt{m}-3=0$	0,25
		$\Leftrightarrow 2m+2\sqrt{m}-3\sqrt{m}-3=0$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{m}\left(\sqrt{m}+1\right)-3\left(\sqrt{m}+1\right)=0$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{m}+1\right)\left(2\sqrt{m}-3\right)=0$ Giải phương trình được $m=\frac{9}{4}$ (thỏa mãn) Vậy để $\sqrt{x_1x_2}-x_2=x_1-4$ thì $m=\frac{9}{4}$.	0,25
Bài IV. (3,0 điểm)	**1. (1 ,0 điểm)**		
		Chứng minh bốn điểm A,M,O,H cùng thuộc một đường tròn.	
		Xét (O) có AM là tiếp tuyến tại M nên $AM\perp OM \Rightarrow \widehat{AMO}=90^\circ$	0,25
		$OH\perp BC(gt)\Rightarrow \widehat{OHA}=90^\circ$	0,25
		Xét tứ giác $AMOH$ có $\widehat{AMO}+\widehat{AHO}=90^\circ+90^\circ=180^\circ$ Mà 2 góc ở vị trí đối nhau nên tứ giác $AMOH$ nội tiếp	0,25
		Vậy bốn điểm A,M,O,H cùng thuộc một đường tròn.	0,25
	2. (1,5 điểm)	**Chứng minh rằng $OK.OA=R^2$ và $\widehat{OBK}=\widehat{OAB}$.**	
		Chứng minh $OA\perp MN$	0,5
		Xét ΔOMA vuông tại M, đường cao MK: $OK.OA=OM^2$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)	0,25
		Mà $OM=R$ nên ta có: $OK.OA=R^2$ (đpcm)	0,25
		Ta có: $OK.OA=R^2\Rightarrow OK.OA=OB^2\Rightarrow \frac{OB}{OA}=\frac{OK}{OB}$ Xét ΔOBK và ΔOAB có: $\widehat{O}$ chung và $\frac{OB}{OA}=\frac{OK}{OB}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta OBK\backsim\Delta OAB(c-g-c)$	0,25
		$\Rightarrow \widehat{OBK}=\widehat{OAB}$ (2 góc tương ứng)	0,25
	3.	**Tia BK cắt AM tại I. Chứng minh KA là tia phân giác của $\widehat{IKC}$.**	

	(0,5 điểm)	* Xét ΔOMA vuông tại M, đường cao MK: $AK.AO = MA^2$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông) (1) * Xét (O) có $\widehat{AMC} = \widehat{MBC}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây và góc nội tiếp cùng chắn cung MC). * Xét ΔAMC và ΔABM có: $\widehat{A}$ chung và $\widehat{AMC} = \widehat{MBC}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta AMC \backsim \Delta ABM(g-g) \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AC}{AM} \Rightarrow AB.AC = AM^2$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $AB.AC = AK.AO \Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{AC}{AO}$ $\Rightarrow \Delta AKC \backsim \Delta ABO(c-g-c) \Rightarrow \widehat{AKC} = \widehat{ABO}$ (2 góc tương ứng)	0,25
		Vì $\Delta OBK \backsim \Delta OAB$ (cmt) nên $\widehat{OKB} = \widehat{ABO}$ (2 góc tương ứng) $\Rightarrow \widehat{OKB} = \widehat{AKC}$ Mà $\widehat{OKB} = \widehat{AKI}$ (2 góc đối đỉnh) nên $\widehat{AKC} = \widehat{AKI}$ Hay KA là tia phân giác của $\widehat{IKC}$ (đpcm)	0,25
Bài V. (0,5 điểm)		Ta có: $P = 2(x+y) + y^2 = 2x + (y^2+2y) = 2x + 3 - x^2 = 4 - (x-1)^2$ * $x^2 + y^2 = 3 - 2y \Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 4$ $\Rightarrow x^2 \le 4 \Leftrightarrow -2 \le x \le 2$	0,25
		$\Leftrightarrow -3 \le x-1 \le 1 \Rightarrow (x-1)^2 \le 9 \Leftrightarrow -(x-1)^2 \ge -9$ $\Rightarrow P \ge -5$ (đpcm)	0,25